文章编号：1673-4599(2008)02-0046-04

飞机结构的随机振动疲劳分析方法

周敏亮，陈忠明

（沈阳飞机设计研究所，辽宁 沈阳 110035）

摘 要：飞机使用中经常会遇到因为结构振动而产生的疲劳破坏现象。飞机结构的振动疲劳分析是进行飞机结构动力学设计的重要设计分析手段。本文通过对国内外几十年来形成的主要的振动疲劳分析方法进行了归纳整理，为飞机设计和维修提供振动疲劳的设计与分析技术支持。

关键词：功率谱密度；随机载荷；振动疲劳；寿命估算

中图分类号：V214.4+2 **文献标识码**：A

Vibration Fatigue Analysis of Aircraft Structure Subjected to Random Loading

ZHOU Min-liang, CHEN Zhong-ming

(Sheyang Aircraft Design & Research Institute, Shenyang 110035, China)

Abstract: The fatigue failure caused by the structure vibration of aircrafts in flight often comes forth. Vibration fatigue analysis plays an important role in structure dynamics design. In order to design and maintain an aircraft with vibration fatigue technique, all kinds of estimation methods for fatigue life, frequently used in recent yeas, are reviewed in this paper.

Key words: power spectral density; random loading; vibration fatigue; life estimation

飞机在使用过程中，经常因结构承受较大的振动和噪声载荷而引发机体结构的破坏，并发生很多的飞行事故，在一定程度上影响了飞机的可靠性。而振动疲劳分析方法的不成熟在一定程度上增加了飞机维护的难度和维护成本。

1 振动破坏的分类

飞机结构的振动故障类型一般分为3类[1]：一是结构完整性破坏，由于振动、冲击和噪声等导致产品破坏、断裂和磨损；二是功能破坏，由于结结构的强度耗损或部件间相对位置发生变化，导致工作性能下降甚至失灵；三是工艺故障，包括连接件松动、分离、焊点开裂、涂层或镀层开裂、部件撞击和短路等。

振动环境下飞机结构的振动破坏通常根据在一定振动量级下，破坏是经过多次循环后发生还是立即发生，通常又分为两类[2]：一是振动疲劳破坏，二是振动峰值破坏。振动疲劳破坏是指在振动条件，都会对结构产生损伤，当累积量达到某一期望值时，结构发生破坏；振动峰值破坏是指当振动量级超过某一阀值时结构破坏。

2 随机振动疲劳分析方法

目前，随机振动下结构的疲劳分析方法很多，但主要是依据加速度功率谱密度函数，进行有时域和频域两种分析方法。其基本分析流程为：依

收稿日期：2007-11-30；修订日期：2008-03-05

据加速度功率谱密度函数，进行动应力分析。

2.1 时域振动疲劳分析方法

时域疲劳分析方法需要进行循环计数，数据处理量非常大。

2.2 频域振动疲劳分析方法

基于功率谱密度的频域分析方法凭借计算简单，不需要循环计数的优点受到不少学者的青睐，并利用该方法估算结构局部危险部位的疲劳寿命。功率谱密度函数是描述平稳各态历经过程的最重要参数，利用功率谱密度可以获得结构局部应力、单位时间内应力的近似循环次数等。基于功率谱密度的结构疲劳寿命估算已经在汽车、航空航天和机器制造等工业领域得到应用，并开发了分析软件[3]。

疲劳寿命估算采用的失效模型一般是 Basquin 方程，累积损伤准则 Palmgren-Miner 线性累积损伤准则[4,5]，寿命估算需要获得随机过程的峰值概率密度函数，窄带随机振动的峰值概率密度函数服从瑞利分布，白噪声的峰值概率密度函数服从正态分布，而宽带随机振动的峰值概率密度函数是正态分布和瑞利分布的组合。

2.2.1 随机振动理论

随机过程的统计特性：

（1）均值函数

设 $X(t)$ 为一随机过程，则其均值函数 $\mu_x(t)$ 定义为一阶原点矩

$$\mu_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)p(x,t)\mathrm{d}x \quad (1)$$

（2）自相关函数

随机过程 $X(t)$ 的自相关函数定义为二阶原点矩

$$R_{xx}(t_1,t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1x_2p(x_1,t_1;x_2,t_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \quad (2)$$

如果一随机过程的各有限维概率密度函数都不随时间平移而发生变化，则称该随机过程为强平稳随机过程。工程中所讲的平稳随机过程一般是弱平稳随机过程，它满足以下两个性质：

$$u_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)\mathrm{d}x = \mu_x = \mathrm{const} \quad (3)$$

$$u_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)\mathrm{d}x = \mu_x = \mathrm{const} \quad (4)$$

其中：$\tau = t_2 - t_1$

对于随机振动，若经检验是弱平稳随机过程，则称为平稳随机振动。检验的最简单方法就是计算随机振动的均值和自相关函数，看是否具有以上弱平稳性质。

平稳随机过程的相关函数的性质：

$$R_{xx}(0) = E[x^2(t)] = \psi_x^2 \quad (5)$$

$$\lim_{\tau\to\infty} R_{xx}(t) = u_x^2 \quad (6)$$

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 + u_x^2 \quad (7)$$

2.2.2 谱密度

当平稳随机过程不含周期性成分时，自相关函数 $R_{xx}(\tau)\to\mu_x^2$，$|\tau|\to+\infty$，从而绝对可积。定义 $R_{xx}/2\pi$ 的 Fourier 变换 $S_{xx}(\omega)$ 为 $x(t)$ 的自谱密度，即

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau)e^{j\omega t}\mathrm{d}\tau \quad (8)$$

相应地，Fourier 逆变换有

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega)e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega$$

且

$$R_{xx}(0) = E[x^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega)\mathrm{d}\omega \quad (9)$$

曲线 $S_{xx}(\omega)$ 下的总面积是 $X(t)$ 的均方值。

在工程中，频率需要取正值，且习惯用 Hz 做量纲，且 $f = \omega/2\pi$ 有。因此定义单边自谱密度 $W_{xx}(f)$，

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W_{xx}(f)\mathrm{d}f = E[x^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega)\mathrm{d}\omega$$

$$W_{xx}(f) = 4\pi S_{xx}(\omega) \quad (10)$$

平稳随机过程 $X(t)$ 的一阶、二阶倒数的自谱密度关系：

$$S_{xx}(\omega) = \omega^2 S_{xx}(\omega), S_{xx}(\omega) = \omega^4 S_{xx}(\omega) \quad (11)$$

平稳随机过程 $X(t)$ 的不规则

单边概率密度函数 $W_{aa}(f)$ 的第 n 阶矩，定义如下：

$$M_j = \int_{-\infty}^{+\infty} f^j W_{xx}(f)\mathrm{d}f \quad (12)$$

正斜率过零的数学期望：

$$E(0^+) = \sqrt{\frac{M_2}{M_0}} \quad (13)$$

峰值的期望：

$$E(P) = \sqrt{\frac{M_4}{M_2}} \tag{14}$$

不规则系数：

$$\gamma = \frac{E(0^+)}{E(P)}$$

随机过程的不规则性可以用谱宽参数来描述，定义为

$$\lambda = \sqrt{1-\gamma^2} \tag{15}$$

当 λ 值趋向于0时，随机过程是一个纯粹的窄带过程。通常，λ 值低于0.3，过程即归于窄带类。当 λ 值达到1，过程为白噪声过程。

2.2.3 应力功率谱密度

应力功率谱密度的获取通常有两种方法。一种为间接法，主要是采用有限元法获得局部应力的响应功率谱密度。另一种为直接法，通常在结构危险部位贴应变花，利用实测法获得应力功率谱密度。

（1）有限元法

高性能计算机的出现和大型计算软件的研制成功，为利用计算机技术仿真结构局部危险部位的应力功率谱密度的响应成为可能。建立复杂结构的动力学模型，应用有限元法，通过控制激励输入、施加边界约束条件和合理定义结构参数等，计算结构危险部位的应力功率谱密度。

（2）实测法

随机振动下承受多轴应力的结构，通过在局部危险部位贴应变花，可以实测获得结构的局部应变响应。利用公式将应变功率谱值转化为应力功率谱值。

2.2.4 基于功率谱密度的疲劳寿命估算

（1）频域法

应力功率谱密度函数 $G(f)$，S-N 曲线：$k = NS^b$

$$m_i = \int_0^\infty f^i G(f)\,\mathrm{d}f,\ E(0) = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

$$E(P) = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}},\ \sigma^2 = \int_0^\infty G(f)\,\mathrm{d}f$$

在疲劳分析中，累计损伤是基于 Palmgren-Miner 假设的，

$$E(D) = \frac{E(P)}{k}T_0\left[\int_0^\infty S_a^b P(S_a)\,\mathrm{d}S_a\right] \tag{16}$$

从随机过程理论可知，如果随机应力是一个窄带高斯过程，应力振幅符合 Rayleigh 分布，即：

$$P(S_a) = \frac{S}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma^2}\right),\ 且\ E(0^+) = E(P)$$

所以窄带高斯过程总损伤的独立表达式为：

$$E(D)_{NB} = \frac{EP[0^+]}{k}T_0\left[\int_0^\infty S^b\frac{S}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}S\right] = \frac{E[0^+]T_0}{k}(\sqrt{2m_0})^b\Gamma\left(\frac{b}{2}+1\right) \tag{17}$$

对宽带随机振动，应力峰值概率密度函数服从正态分布，由于 $E(0)$ 与 $E(P)$ 不等，峰值 PDF 不等于应力振幅 PDF。为考虑局部峰值对结构疲劳寿命的影响，PH W irsching 根据不同 P. S. D 形状进行修正，获得了适用于宽带随机振动的寿命估算公式：

$$E(D)_{wb,\mathrm{Wirsching}} = \zeta_w E(D)_{nb} \tag{18}$$

其中：$\zeta_W = a_s + [1-a_s](1-\lambda)^{b_s}$，$a_s = 0.926 - 0.033b$，$b_s = 1.587m - 2.323$，Oritz 和 Chen (1987) 得到宽带应力谱下的另一种疲劳损伤类似的表达式：

$$E(D)_{wb,\mathrm{Oritz}} = \zeta_o E(D)_{nb} \tag{19}$$

其中：$\zeta_o = \frac{1}{\gamma}\sqrt{\frac{m_2 m_k}{m_0 m_{k-2}}}$，$k = \frac{2.0}{b}$

以上方法伴随的问题是它们依赖于概率密度函数的信号类型，并且不是以雨流循环计数为基础。Dirlik 提供了一种更普遍的方法来确定应力振幅的概率密度函数，它适用于任何类型功率谱[6]。

$$P(S_a) = \frac{\frac{D_1}{Q}\exp\left(\frac{-Z}{Q}\right) + \frac{ZD_2}{R^2}\exp\left(\frac{-Z^2}{2R^2}\right) + ZD_3\exp\left(\frac{Z^2}{2}\right)}{2\sqrt{m_0}} \tag{20}$$

其中：$m_q = \int_0^\infty f^q G(f)\,\mathrm{d}f$，$E(0) = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}$，

$$E(P) = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}},\ \alpha = \frac{E(0^+)}{E(P)}$$

$$x_m = \frac{m_1}{M_0}\left[\frac{m_2}{m_4}\right]^{0.5},\ Z = \frac{S_a}{2\sqrt{m_0}},$$

$$D_1 = \frac{2(x_m - \alpha^2)}{1+\alpha^2},\ R = \frac{\alpha - x_m - D_1^2}{1-\alpha-D_1+D_1^2}$$

$$D_2 = \frac{(1-\alpha-D_1+D_1^2)}{1-R},\ D_3 = 1 - D_1 - D_2,$$

$$Q = \frac{1.25(\alpha - D_3 - D_2 R)}{D_1}$$

同样不论是窄带还是宽带，另一种方法用统一公式表示应力幅值概率密度函数为[6,7]：

$$P(S_a) = \frac{S_a}{4\alpha\sigma^2}\exp\left(-\frac{S_a^2}{8\alpha\sigma^2}\right) \quad (21)$$

$$P(S_a) = \frac{S_a}{2\alpha\sigma^2}\exp\left(-\frac{S_a^2}{2\alpha\sigma^2}\right) \quad (22)$$

把式(18)、(19)、(20)、(21)、(22)和(23)代入式(16)，可求得振动疲劳估算的5种计算方法。

(2) 时域法

利用Matlab中的快速傅立叶逆变换将频域内的功率谱密度函数转为时域内的自相关函数(假定响应应力符合正态分布)。根据自相关函数的极限性质便可求出结构响应应力的统计特性，即应力幅值的分布和某一应力范围内应力峰值出现的概率。

为模拟真实时域内的应力峰值排列，在不减少应力循环的条件下，利用伪随机方法重新排列应力峰值。

设时间t内，应力循环次数伪$f_{t'}t$，将响应应力幅值离散成N_i个区间，第i个区间$S_i \sim S_i + \mathrm{d}S$区域内，出现应力循环峰值的概率为$P(S_i)\mathrm{d}S$，故时间内第$i$个区域内循环次数：$n_{di} = (f_{t'}t)P(S_i)\mathrm{d}S$

总循环次数：$N = \sum (f_{t'}t)P(S_i)\mathrm{d}S$

将总循环次数统一按次序编号，利用伪随机数产生方法，将峰值的编号重新排列，生成类似于常规疲劳的疲劳载荷谱。利用雨流计数法，将载荷谱重新计数，滤出N_d阶应力幅值，各阶循环次数分别用n_{d1}，n_{d2}，$\cdots n_{di}$表示。如果$N(S)$表示在常应力幅值S下发生破坏的应力循环次数，那么应力幅值S的一次应力循环将造成的损伤量为$1/N(S)$，则在第i阶应力幅之下的损伤为：

$$d_i = \frac{n_{di}}{N(S_i)}$$

故在时间t内各级应力幅总的平均损伤量为：

$$E(D) = \sum d_i = \sum \frac{n_{di}}{N(S_i)} \quad (23)$$

3 结束语

振动疲劳是一门新兴的学科，国内外目前理论上还没有统一的体系，基本上处于探索阶段。目前存在的各种预估方法都有其一定的局限性，完善的解决方案还有待进一步的研究。

参 考 文 献

[1] 吴启鹤，叶笃毅，杨英. 一种估算结构件随机疲劳寿命的新方法[J]. 工程力学，1995，12(2)：87—94.

[2] 欧进萍，王光远. 结构随机振动[M]. 北京：高等教育出版社，1998.

[3] 王长武，张幼安. 随机疲劳分析在机载设备疲劳寿命预测中的应用[J]. 中国机械工程，2004.(11)(上半月)：42—46.

[4] 胡君明，姚卫平. 功率谱法在机械零件疲劳寿命估计[J] 中国机械工程，1998，9(11)：16—19.

[5] 葛森. 随机疲劳期望寿命的一个估算方法[J]. 浙江大学学报，1983，(4)：73—80.

[6] 颜云辉. 随机载荷下焊接结构疲劳寿命的一种有效计算方法[J]. 机械工程学报，1993，29(2)：7—12.

[7] 徐灏. 疲劳强度[M]. 北京：高等教育出版社，1988.

作 者 简 介

周敏亮(1983—)，男，江西人，硕士研究生，研究方向：振动疲劳分析。

陈忠明(1971—)，男，吉林人，高级工程师，研究方向：结构动力学设计。