第 25 卷 第 6 期
2004 年 11 月

宇 航 学 报
Journal of Astronautics

Vol. 25 No. 6
November 2004

适用于含多个隐式极限状态方程的飞机结构系统安全分析新方法

黄 诚[1]，王燕萍[2]，吕震宙[2]

(1. 北京航空航天大学，北京 100076；
2. 西北工业大学飞机工程系，西安 710072)

摘 要：工程复杂随机结构的概率安全分析中，最重要的两个步骤是建立所有失效模式的极限状态方程和计算所建立极限状态方程的失效概率。一般来说大型复杂工程结构的极限状态方程都是隐式的，且当材料参数、结构参数和外载荷等均为随机变量时，极限状态方程均为非线性的，为此文中提出了建立真实复杂结构多模式隐式极限方程的等效方法。该方法对于单个极限状态方程采用在均值点展开成线性项和高次项修正的方式，在概率等效的基础上，建立起原非线性隐式极限状态方程的概率等效线性显式极限状态方程。当结构系统所有极限状态方程都建立了其等效显式线性极限状态方程后，即可利用可得的可靠性分析方法来计算结构系统的等效失效概率。所提方法被用于真实飞机结构翼身连接接头的强度刚度多模式可靠性分析，与迭代响应面法计算结果的对比表明，所提方法具有较高的精度。并且所提方法可以与任何标准有限元程序相结合，而标准有限元程序是当今处理结构力学分析与设计的强有力的工具，文中方法提供了力学分析与概率安全分析相结合的合理连接，其应用前景将是十分广泛的。

关键词：失效概率；隐式极限状态；结构；可靠性

中图分类号：V37 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-1328(2004)06-0659-04

0 引言

工程大型复杂不确定性结构的概率安全分析一直是工程界比较难以解决的问题，这主要是因为对于大部分不确定性复杂结构来说其极限状态方程均没有解析表达式。这就使得研究者们不得不去寻找解决隐式极限方程的概率安全分析方法。到目前为此解决此类问题的方法主要有响应面法、改进的均值法、利用具有优化设计功能的有限元程序求设计点的方法等等[1~5]。其中响应面法是利用一个插值多项式来近似真实的隐式极限状态方程，通过选择合适的插值函数和插值点，并采用多次迭代运算的方法，可以来得到一个在真实设计点处近似极限状态方程与真实极限状态方程拟合得较好的解。尽管这种方法对于不同问题得到收敛解的普遍性还有待进一步研究，但对于结构问题，大量的研究均表明这种方法具有较高精度。改进均值法是一种能够得到极限状态积累失效概率的方法，它通过在均值点将真实极限状态函数展开成线性项，并采用确定性高次项进行修正的方法来提高累积失效概率的精度。很明显这种方法的误差来源于忽略高次项的不确定性。但是以前的研究及笔者所做算例均表明此方法忽略高次项的随机性对计算结果影响不大，但其计算工作量却比考虑高次项的随机性要小得多。因此可以说改进均值是计算工作量与计算精度综合考虑的一种合理折衷。

上述这些已有的解决隐式极限状态方程概率安全分析的方法除响应面法适合于解决多模式的失效概率外，其它方法都只适于解决单个失效模式的失效概率计算，而对大型复杂结构体系来说，一般来具有多个失效模式，所以本文将改进均值法进行改进，使其能够处理多个失效模式的复杂结构概率安全分析问题，这种改进的思路也可以用于与标准有限元相结合的直接求设计点的方法，因而具有十分广泛的前景。

收稿日期：2003-07-31，修回日期：2003-11-12
基金项目：航空基金(00B53010)、航天基金(2003CH0502)和陕西省自然科学基金(2003CS0501)资助

1 单个失效模式的等效极限状态方程

设结构系统的基本随机变量为 $\bar{x}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，且 x_i 服从均值和方差分别为 μ_i 和 σ_i 的正态分布，即 $x_i\sim N(\mu_i,\sigma_i)$，$i=1,\cdots,n$。结构体系真实的极限状态函数为 g，其与 $\bar{x}$ 的关系 $g(\bar{x})$ 为隐式，结构体系的极限状态方程为 $g=g(\bar{x})=0$。为求此隐式方程的失效概率，可以将 $g(\bar{x})$ 在均值点 $\bar{x}_\mu=\{\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n\}$ 展开成下式

$$g(\bar{x})=l(\bar{x})+H(\bar{x}) \tag{1}$$

其中 $l(\bar{x})$ 为线性项，$H(\bar{x})$ 为除线性项以外的高次项。$l(\bar{x})$ 如下式所示。

$$l(\bar{x})=g(\bar{x}_\mu)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g}{\partial x_i}\bigg|_{\bar{x}_\mu}(x_i-\mu_i)$$

$$=a_0+\sum_{i=1}^{n}a_ix_i \tag{2}$$

其中 $a_0=g(\bar{x}_\mu)-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g}{\partial x_i}\bigg|_{\bar{x}_\mu}u_i$，$a_i=\frac{\partial g}{\partial x_i}\bigg|_{\bar{x}_\mu}$。

给定 $l(\bar{x})$ 系列限定值 $l_j(j=1,2,\cdots,J)$，则可以由一次二阶矩法得到对应的可靠度指标 β_j 和相应的设计点 $\bar{x}_{Dj}=\{x_{Dj1},x_{Dj2},\cdots,x_{Djn}\}$ 如下

$$\beta_j=\left(a_0+\sum_{i=1}^{n}a_i\mu_i-l_j\right)\Bigg/\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_i\sigma_i)^2}$$

$$j=1,2,\cdots,J \tag{3}$$

$$x_{Dji}=\mu_i+\beta_ja_i\sigma_i\Bigg/\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_i\sigma_i)^2}$$

$$i=1,2,\cdots,n \tag{4}$$

依据极限状态函数 $g(\bar{x})$ 与基本变量的数值关系，可以计算出 J 个与给定值 $l_j(j=1,2,\cdots,J)$ 对应的线性极限状态方程设计点处真实的功能函数值 $g(\bar{x}_{Dj})$。则有如下两个关系成立。

$$P_{fj}=\Phi(-\beta_j)=P\{l(\bar{x})<l_j\}$$

$$j=1,2,\cdots,J \tag{5}$$

$$P_{fj}=\Phi(-\beta_j)\approx P\{g(\bar{x})<g(\bar{x}_{Dj})\}$$

$$j=1,2,\cdots,J \tag{6}$$

由上式可知下列两个极限状态方程在概率上是近似等效的。

$$l(\bar{x})-l_j=0\quad j=1,2,\cdots,J \tag{7}$$

$$g(\bar{x})-g(\bar{x}_{Dj})=0\quad j=1,2,\cdots,J \tag{8}$$

极限状态方程(7)为显式，极限状态方程(8)为隐式，由于二者的概率近似相等，因此在概率意义上我们可以(7)式代替(8)式。

依据上述这种概率等效的思路，可以得到真实隐式极限状态方程 $g(\bar{x})=0$ 的等效显式极限状态方程。若 $g(\bar{x}_{Dj'})=0$，$1\leqslant j'\leqslant J$，则单个失效模式 $g(\bar{x})=0$ 的等效极限状态方程为：$l(\bar{x})=l_{j'}$。

2 结构系统多个失效模式的等效极限状态方程及其失效概率

设结构系统具有 m 个失效模式，每个失效模式所对应的极限状态方程为：$g_k(\bar{x})=0$，$k=1,2,\cdots,m$，由上节可知，对于每一个失效模式其极限状态函数都可以在均值点展成线性项与高次项的和的形式。

$$g_k(\bar{x})=l_k(\bar{x})+H_k(\bar{x})\quad k=1,2,\cdots,m \tag{9}$$

并且可以找到每一个隐式极限状态方程对应的等效显式极限状态方程，其过程如下，对于第 k 个模式，给定 J_k 个确定值 $l_{jk}(j_k=1,2,\cdots,J_k)$，并建立如下 $\sum_{k=1}^{m}J_k$ 个极限状态方程。

$$l_k(\bar{x})=l_{jk}$$

$$(j_k=1,2,\cdots,j_k',\cdots,J_k,k=1,2,\cdots,m) \tag{10}$$

对于第 $k(k=1,2,\cdots,m)$ 个模式，求得上述 J_k 个线性极限状态方程的可靠度指标 $\beta_{kj_k}(j_k=1,2,\cdots,J_k)$ 和相应的设计点 $\bar{x}_{Dkj_k}$，并求得与 $\bar{x}_{Dkj_k}$ 相应的真实的功能函数值 $g(\bar{x}_{Dkj_k}$。若对于第 $1,2,\cdots,m$ 个模式有下式成立

$$g(\bar{x}_{D1j_1'})=0,g(\bar{x}_{D2j_2'})=0,\cdots,g(\bar{x}_{Dmj_m'})=0 \tag{11}$$

则对这 m 个失效模式可建立如下 m 个等效的显式极限状态方程

$$l_1(\bar{x})=l_{j_1'},l_2(\bar{x})=l_{j_2'},\cdots,l_m(\bar{x})=l_{j'_m} \tag{12}$$

由上方程可以很方便地采用已有分析方法计算体系可靠度。

3 某型飞机的翼身连接接头多模式可靠性分析

以某飞机翼身连接接头为例进行体系可靠性分析，该接头结构由三个主要部分构成：框接头、连接螺栓和机翼隔板接头，其有限元网格由标准有限元程序自动划分而形成。取外载荷 F、弹性模量 E 和剪切模量 G 为随机变量，假设 F、E 和 G 均服从正态分布，即 $F\sim N(\mu_F,\sigma_F^2)$，$E\sim N(\mu_E,\sigma_E^2)$，$G\sim(\mu_G,\sigma_G^2)$，其中 μ_z 和 μ_z 分别表示下标变量 Z 的均值和标准差，ν_z 表示下标变量 z 的变异系数。现要分析该翼身连接头的最大应力和最大相对变形分别不超过

σ_b 和 δ_b 的可靠度指标。初始数据如表 1 所示。

表 1　原始数据

Table 1　Distribution parameters of basic random variables

μ_F	μ_E	μ_G	ν_F	ν_E	ν_G	σ_b	δ_b
5300N	7065MPa	2656MPa	0.15	0.05	0.05	1600MPa	0.17

以 E_1 和 E_2 分别表示失效事件 $\sigma_b<\sigma(F,E,G)$ 和 $\delta_b<\delta(F,E,G)$,则接头结构系统失效事件 $E_s=E_1\cup E_2$。等效方法计算出的失效概率 p^e_{f1},p^e_{f2} 和 p^e_{fs} 等效可靠度指标 β^e_1,β^e_2,β^e_s 如下表 2 所示,等效方法计算出的可靠度指标与响应面法计算出的可靠度指标的相对误差亦列于表 2 中。

表 2　等效方法计算结果及其与响应面法的比较

Table 2　Calculation results of equivalent method and comparing with response surface method

	失效概率	可靠度指标	可靠度指标与响应面法的相对误差
强度 E_1	$P^e_{f_1}=0.0024103$	$\beta^e_1=2.81$	3.63%
刚度 E_2	$P^e_{f_2}=0.0012696$	$\beta^e_2=3.01$	1.95%
接头结构系统 E_s	$P^e_{f_s}=0.0028298$	$\beta^e_s=2.76$	3.37%

4　结论

依据改进的均值法,提出了能解决复杂结构多个隐式极限状态方程的可靠性分析的等效方法,该方法对于单个模式来说由于考虑了高次项,因此有较高的精度。对于含有多个隐式极限状态方程的结构体系,由于用本文的方法给出了每个模式的等效显式极限状态方程,因此在计算体系失效概率时可以很方便地考虑模式的相关性,从而能更真实反映结构体系的安全性。本文方法为结构体系有限元的力学模拟和可靠性模拟建立一个连接的桥梁,因而应用前景是十分广泛的。遵循本文方法的思路,可以将此方法扩展到在设计点展开成线性的,这样将可以得到精度更高的解。目前针对隐式极限状态方程的设计点已经发展了利用标准有限元程序中的优化设计功能模块进行可靠度求解的方法,这种类型方法解的精度依赖于优化方法的效率,有时可能得不到全局最优解。待求隐式极限状态方程单个失效模式设计点的方法成熟后,结合本文所提方法,将可以很好解决复杂结构多个隐式极限状态方程的可靠性分析问题。

参考文献:

[1] Wu Y T, Wirching P H. New algorithm for structural reliability estimations. J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 1987, 113(9), 1319-1336

[2] Faravelli L. Response surface approach for variability analysis. J. Engrg. Mech. Div., 1989, 115(12), 2763-2781

[3] Maymon G. Direct computation of the design point of a stochastic structure using a finite element code, Structural safety, 1994, 14: 185-202

[4] Borri A, Speranzini E. Structural reliability analysis using a standard deterministic finite element code, Structural Safety, 1997, 19(4): 361-382

[5] Mohamed A, Lemaire M. Discussion on, structural reliability analysis using a standard deterministic finite element code, Structural Safety, 1998, 20, 391-397

作者简介:黄诚(1966-),现任空军装备研究院装备总体论证研究所总体室主任,高级工程师,主要从事空军装备发展总体研究。

通信地址:北京南苑 9236 信箱

电话:010-66712361

A new safety analysis method for aircraft structural system with multiple implicit limit state equations

HUANG Cheng[1], WANG Yan-ping[2], Lü Zhen-zhou[2]

(1. 8th Air Force Institute, Nanyuan, P. O. Box9236, Beijing 100076, China;

(2. Aircraft Engineering Department, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The two important steps for probabilistic safety analysis of the complex stochastic structure are identification of limit state equations in failure modes and calculation of failure probability. In general, the limit state equations of the large scale complex structure do not have explicit expressions. When the physical properties, geometrical parameters and loading are basic random variables, the limit state equations are nonlinear. In order to analyze the probability safety for this kind of complex structure, an new equivalent method was presented for a single implicit limit state. The advanced-mean-value-first-order method was employed to obtain the cumulative probability based on the linear expansion of the real limit state at the mean value point and the correction of the higher order terms. An equivalent linear limit state to the actual nonlinear implicit one was established on the criterion of the equal probability. After the equivalent limit states for all implicit nonlinear limit states were established, the equivalent failure probability of the structure system could be computed by the available methods. The presented method was applied to analyze the reliability of the wing-fuselage joint structure in a real aircraft. Comparison of the presented methods with the response surface method shows that the relative errors for these two methods are small. The presented method provides an incorporation of probabilistic analysis and the standard finite element software. Combined with the powerful mechanics tool, which is familiar to the engineering designer, the presented method can be definitely accepted as an attractive tool for the reliability analysis of the real complex structure.

Key words: Failure probability; Implicit limit state; Structure; Reliability

(上接第 658 页)

The study on liquid rocket engine reliability growth analysis and decision

WANG Hua-wei

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Liquid rocket engine demads high reliability but test expenditure is costly. It is necessary to manage reliability growth using analysis and decision technology. Reliability growth model includes classical and Bayesian reliability model. Reliability growth model is used by traditional reliability growth analysis and decision. Reliability grwoth model make decision based on reliability point estimate and has shortcomings without taking uncertain reliability and decision loss into consideration. According to the characteristics of liquid rocket engine, information fusion has been used. Bayesian exponential reliability growth model based on converting growth has been built. To the uncertainty of reliability, Bayesian risk method has been used to decide the stopping time for reliability growth test. Example shows the model has high operability, accuracy and feasibility.

Key words: Liquid rocket engine; Reliability growth; Bayesian risk decision