

航天飞机薄壁结构的可靠性分析

孙克淋, 安伟光, 王滨生, 周健生, 蔡荫林

(哈尔滨工程大学 航天工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要:对航天飞机结构常用的蒙皮-骨架组成的薄壁结构, 提出一种考虑损伤容限和耐久性设计要求的结构系统可靠性分析方法, 以此为航天结构系统的可靠性设计提供参考. 对加劲板进行可靠性分析, 分析了 3 种主要破坏模式, 得出了损伤容限设计要求下, 失效模式表达式及失效概率; 同时给出耐久性要求下的主要失效模式和失效概率; 最后通过加劲板的损伤容限和耐久性分析及失效模式的相关性分析, 得出加劲板结构系统的可靠性. 分析结果表明: 失效模式相关性对系统可靠度影响很大, 因而航天飞机薄壁结构的可靠度计算的关键是损伤容限和耐久性失效模式及相关性分析, 另外桁架的载荷集中系数对可靠性影响也必须引起重视.

关键词:薄壁结构; 损伤容限; 耐久性; 加劲板

中图分类号: O231.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-7043(2004)03-0327-05

Reliability analysis of thin-walled structures for space shuttle

SUN Ke-lin, AN Wei-guang, WANG Bin-sheng, ZHOU Jian-sheng, CAI Yin-lin

(Department of Aerospace Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: A reliability analysis method was studied to consider the design requirements for damage tolerance and durability of conventional thin-walled structures consisting of envelope-framework of space shuttles. By the reliability analysis (three main failure modes) of this plane of putting strength, research was done on this paper to present the expression and probability in failure modes with the design requirements for damage tolerance, and the expression and probability in failure modes with the requirements of durability. By this analysis, and considering the relativity between the failure modes, the reliability index of the plane structure of putting strength was calculated. The example shows that the relativity has more influence on system analysis, so it is a key problem to analyze the failure modes and their relativity of the damage tolerance and durability in reliability calculation for the thin-walled structure of the space shuttles. In addition, the load concentrated coefficients in the truss-frame structures, which influence reliability, must be regarded.

Key words: thin-walled structures; damage tolerance; durability; plane of putting strength

航天飞机^[1]结构材料大部分采用铝合金. 结构型式大多数为蒙皮-骨架组成的薄壁结构. 由于飞机的飞行速度高, 所承载荷大, 工作环境复杂(高温、低温、高压等), 加之造价昂贵, 其安全性和耐久性就显得尤为重要. 因此, 本文对航天飞机结构上常用的蒙皮-骨架组成的薄壁结构-加劲板, 提出一种考虑损伤容限和耐久性设计要求的结构系统的可靠性分析

方法.

1 加劲板的可靠性分析

本文航天飞机损伤容限设计要求^[2,3]是参照航空结构进行的, 即结构应有规定的剩余强度, 且损伤增长不超过规定的限制. 耐久性设计要求结构裂纹扩展寿命大于等于规定的设计使用寿命^[4].

对于加劲板的可靠性分析, 损伤容限和耐久性设计要求, 由一系列的极限状态方程来表示, 每一极限状态方程表示一种失效模式的极限状态.

收稿日期: 2003-07-02.

基金项目: 国防科技预研基金资助项目(98J19.1.8CBO116).

作者简介: 孙克淋(1964-), 男, 博士研究生;

安伟光(1943-), 男, 教授, 博士生导师.

1.1 损伤容限设计的主要失效模式及失效概率

这里讨论的典型加劲板结构示于图1. 其中 B 为板宽, L 为板长, a 为半裂纹长度.

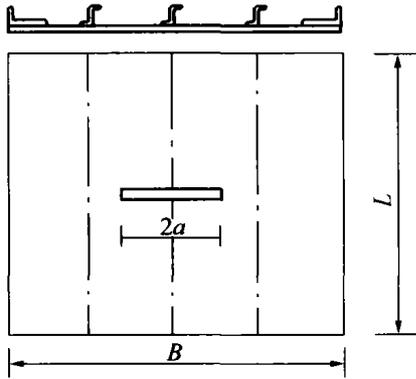


图1 加劲板示意图

Fig. 1 Plane of putting strength

假设: 1) 对于初始裂纹所引起的裂纹扩展问题, 假设板远比筋严重, 故只讨论板裂纹扩张引起的问题; 2) 板的初始裂纹假设位于板的中央, 并由其两端向外对称发展; 计算时计及筋的刚度对裂纹发展的阻滞作用; 3) 取结构材料抗力和所承受的外载荷为随机变量, 且均为正态分布.

经分析, 并参照文献[5], 取3种破坏模式为主要破坏模式进行分析, 即

1) 加劲板的剩余强度达到临界; 2) 桁条由于存在裂纹使载荷增加而达到临界; 3) 板由于裂纹的削弱使其均匀净应力达到临界.

在静载荷作用下, 这3个主要失效模式的表达式及失效概率:

1.1.1 加劲板剩余强度达到临界.

此种情况下, 结构的极限状态方程为

$$\sigma_c - \sigma_{appc} = 0. \quad (1)$$

式中: σ_c 为加劲板的临界应力, MPa; σ_{appc} 为使用临界载荷下的应力, MPa. 其中, σ_c 与随机变量抗力有关, 而 σ_{appc} 与载荷随机变量有关. 若已知两随机变量的变异系数 u_R 和 u_P , 则上述失效模式的可靠指标由下式求得^[6] (假定 σ_c 和 σ_{appc} 相互独立)

$$\beta_1 = \frac{\mu_{\sigma_c} - \mu_{\sigma_{appc}}}{\sqrt{u_R^2 \mu_{\sigma_c}^2 + u_P^2 \mu_{\sigma_{appc}}^2}}, \quad (2)$$

而其对应的失效概率为

$$P_1 = \Phi(-\beta_1). \quad (3)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数, μ_{σ_c} 为 σ_c 均值, MPa; $\mu_{\sigma_{appc}}$ 为均值, MPa.

1.1.2 桁条应力达到临界

此情况下结构的极限状态方程为

$$\sigma_{sc} - \sigma_{appc} = 0. \quad (4)$$

式中: σ_{sc} 为临界裂纹长度情况下, 桁条拉断时所对应的应力, MPa; σ_{sc} 与抗力随机变量有关. 同理上述失效模式的可靠指标和失效概率分别为 (假定 σ_{sc} 和 σ_{appc} 相互独立):

$$\beta_2 = \frac{\mu_{\sigma_{sc}} - \mu_{\sigma_{appc}}}{\sqrt{u_R^2 \mu_{\sigma_{sc}}^2 + u_P^2 \mu_{\sigma_{appc}}^2}}, \quad (5)$$

$$P_2 = \Phi(-\beta_2). \quad (6)$$

式中: $\mu_{\sigma_{sc}}$ 为 σ_{sc} 的均值 (MPa).

1.1.3 板由于裂纹的削弱应力达到临界

此情况下, 结构的极限状态方程为

$$\sigma_b - \sigma_g = 0. \quad (7)$$

式中: σ_b 为板抗拉极限应力, MPa; σ_g 为板抗拉净应力, MPa. σ_b 和 σ_g 分别与抗力和外载荷有关. 因此, 失效模式的可靠指标与失效概率可由下式求得 (假定 σ_b 和 σ_g 相互独立):

$$\beta_3 = \frac{\mu_{\sigma_b} - \mu_{\sigma_g}}{\sqrt{u_R^2 \mu_{\sigma_b}^2 + u_P^2 \mu_{\sigma_g}^2}}, \quad (8)$$

$$P_3 = \Phi(-\beta_3). \quad (9)$$

式中: μ_{σ_b} 为 σ_b 均值, MPa; μ_{σ_g} 为 σ_g 均值, MPa.

1.2 耐久性设计的主要失效模式与失效概率

对于图1所示加劲板, 其耐久性设计的要求是: 对于给定的初始裂纹尺寸和最终裂纹尺寸, 结构的裂纹扩展寿命应大于等于两倍给定的设计使用寿命^[3]. 因此, 结构的极限状态方程为

$$N_{cr} - 2N_{sy} = 0. \quad (10)$$

式中: N_{cr} 为加劲板的裂纹扩展寿命, 周; N_{sy} 为加劲板的使用寿命, 周. 其中, N_{cr} 与外载荷有关, 故上述耐久性主要失效模式的可靠指标和失效概率可由下式分别求得

$$\beta_4 = \frac{\mu_{N_{cr}} - 2N_{sy}}{u_P \mu_{N_{cr}}}, \quad (11)$$

$$P_4 = \Phi(-\beta_4). \quad (12)$$

式中: $\mu_{N_{cr}}$ 为 N_{cr} 的均值, 周.

1.3 结构系统的可靠度计算

这里采用应用较为广泛的 Ditlevsen 二阶窄边界公式计算结构系统失效概率的上下界^[7],并取其平均值作为结构系统的失效概率.二阶 Ditlevsen 界限公式如下:

$$\sum_i^I = P_i - \sum_{j < i}^I \max P_{ij} \geq P_s \geq P_i + \sum_{j=2}^I \max [P_i - \sum_{i=1}^{j-1} P_{ij}, 0]. \quad (13)$$

式中: P_s 为结构系统的失效概率; I 为主要失效模式数; P_i 为第 i 主要失效模式的失效概率; P_{ij} 为第 i 与第 j 两失效模式的联合概率.

从而,最后的结构系统的失效概率为

$$P_s \approx \frac{1}{2} \left\{ \left(\sum_{i=1}^I P_i - \sum_{i=2}^I \max_{j < i} P_{ij} \right) + \left(P_1 + \sum_{i=2}^I \max [P_i - \sum_{i=1}^{i-1} P_{ij}, 0] \right) \right\}. \quad (14)$$

由 P_s 可求得结构系统的可靠度:

$$P_l = 1 - P_s. \quad (15)$$

式(14)中的二阶联合概率本文用文献[5]的方法求得.

2 加劲板的损伤容限和耐久性分析

2.1 加劲板的损伤容限分析

2.1.1 加劲板临界应力 σ_c 的计算

由文献[2]提供的方法,可求得加劲板裂纹失稳扩展时,对应的临界应力为

$$\sigma_c = \frac{K_c}{C_R \sqrt{\pi a_c \sec(\pi \bar{a}_c / B)}}. \quad (16)$$

式中: K_c 为板材料的断裂韧度,可由材料手册查得; \bar{a}_c 为计及加劲板加强影响的当量半裂纹长度,mm.

由下式计算

$$\bar{a}_c = C_R^2 a_c. \quad (17)$$

式中: \bar{a}_c 为临界半裂纹长度,mm; C_R 为加劲板裂纹尖端应力强度因子降低系数,可由文献[5]查得.

2.1.2 桁条临界应力 σ_x 的计算

由文献[2],临界裂纹半长度 a_c 下桁条断裂所对应的加劲板外加应力 σ_x 为

$$\sigma_x = \frac{\varphi_P}{L_P} \sigma_{bP}. \quad (18)$$

式中: σ_{bP} 为桁条的拉伸强度,MPa; φ_P 为桁条缺口效应系数; L_P 为裂纹半长度为 a_c 时,桁条的载荷集

中系数,可由文献[2]得到.

2.1.3 计及裂纹削弱并假设净拉应力均布时的加劲板净应力 σ_g 的计算

此时,有

$$\sigma_g = \frac{Bt + nA_s}{(B - 2a)t + nA_s} \sigma_{app}. \quad (19)$$

式中: t 为板厚; A_s 为桁条截面积; n 为桁条数.

2.2 加劲板的耐久性分析

这里采用文献[4]的裂纹扩展分析方法(DC-GA)进行耐久性分析.给定设计使用寿命 N_{sy} 和初始裂纹尺寸 a_{00} 和耐久性极限尺寸 a_d ,则耐久性分析就是对加劲板最关键的细节(例如铆钉孔)进行裂纹扩展寿命 N_{cr} 的计算.由文献[8]有

$$N_{cr} = \frac{1}{c(\Delta\sigma\sqrt{\pi})^n} \frac{2}{n-2} \{a_{00}^{\frac{2-n}{2}} - a_d^{\frac{2-n}{2}}\}. \quad (20)$$

式中: c 、 n 为试验得到的材料常数.它们可由文献[8]查得.而

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}. \quad (21)$$

3 加劲板失效模式的相关性分析^[9]

考虑到在与结构可靠度有关的诸多随机因素中,结构材料的抗力性能(如断裂韧度 K_c 、抗拉强度 σ_b 等)和外载荷的变异系数较大,故分析中仅考虑它们的变异性为随机变量.

下面首先列出各主要模式的安全余量.

1)加劲板剩余强度达到临界时的安全余量 f_1 为

$$f_1 = \sigma_c - \sigma_{app}. \quad (22)$$

2)桁条应力达到临界时的安全余量 f_2 为

$$f_2 = C_2 \sigma_{bP} - \sigma_{app}, \quad (23)$$

$$C_2 = \varphi_P / L_P. \quad (24)$$

3)板由于裂纹削弱应力达到临界时的安全余量 f_3 为

$$f_3 = \sigma_b - C_3 \sigma_{app}, \quad (25)$$

$$C_3 = \frac{Bt + nA_s}{(B - 2a)t + nA_s}. \quad (26)$$

4)耐久性要求所对应的安全余量 f_4 为

$$f_4 = C_4 \frac{1}{\sigma_{max}^n} - 2N_{sy}, \quad (27)$$

$$C_4 = \frac{2}{c(n-2)(1-R)\sqrt{\pi}^n} \{a_{00}^{\frac{2-n}{2}} - a_d^{\frac{2-n}{2}}\}. \quad (28)$$

R 为应力比,

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}. \quad (29)$$

σ_{\max} 和 σ_{\min} 为与外载荷有关的正态随机变量.

将式(27)在均匀值处线性化,有

$$f_4 \approx f_4(\mu_P) + \frac{\partial f_4}{\partial \sigma_{\max}} (\sigma_{\max} - \mu_{\sigma_{\max}}). \quad (30)$$

由于

$$f_4(\mu_P) = C_4 \frac{1}{\mu_{\sigma_{\max}}^n} - 2N_{sy}. \quad (31)$$

$$\text{而} \quad \frac{\partial f_4}{\partial \sigma_{\max}} = -\frac{nC_4}{\mu_{\sigma_{\max}}^{n+1}}, \quad (32)$$

$$\text{从而有} \quad f_4 \approx \left[\frac{C_4(n+1)}{\mu_{\sigma_{\max}}^n} - 2N_{sy} \right] - \frac{C_4 n}{\mu_{\sigma_{\max}}^{n+1}} \sigma_{\max}. \quad (33)$$

$$\text{令} \quad C_5 = \frac{C_4 n}{\mu_{\sigma_{\max}}^{n+1}}, \quad (34)$$

$$\text{和} \quad C_6 = \frac{(n+1)C_4}{\mu_{\sigma_{\max}}^n} - 2N_{sy}, \quad (35)$$

$$\text{得} \quad f_4 \approx C_6 - C_5 \sigma_{\max}; \quad (36)$$

$$\text{进一步} \quad f_4 \approx C_7 - \sigma_{\text{appc}}, \quad (37)$$

$$C_7 = \frac{C_6}{C_5 C}, \quad \bar{C} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{appc}}}. \quad (38)$$

假设 σ_{\max} 与 $\sigma_{\text{appc max}}$ 仅与随机变量外载荷有线性关系,则 \bar{C} 为常值,即

$$\bar{C} = \frac{\mu_{\sigma_{\max}}}{\mu_{\sigma_{\text{appc}}}}. \quad (39)$$

因而主要模式的安全余量为

$$f_1 = \sigma_c - \sigma_{\text{appc}}, \quad (40)$$

$$f_2 = C_2 \sigma_{bp} - \sigma_{\text{appc}}, \quad (41)$$

$$f_3 = \sigma_b - C_3 \sigma_{\text{appc}}, \quad (42)$$

$$f_4 \approx C_7 - \sigma_{\text{appc}}. \quad (43)$$

式中: σ_c 、 σ_{bp} 和 σ_b 为与抗力有关的正态随机变量,设它们之间互不相关,同时与 σ_{appc} 也不相关,从而可求得各模式之间的相关系数如下^[6]:

$$\rho_{12} = \frac{\text{Cov}(f_1, f_2)}{\sigma_{f_1} \sigma_{f_2}} = \frac{V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}{\sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_c}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2} \sqrt{C_2^2 V_R^2 \mu_{\sigma_{bp}}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}, \quad (44)$$

$$\rho_{14} = \frac{\text{Cov}(f_1, f_4)}{\sigma_{f_1} \sigma_{f_4}} = \frac{V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}}{\sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_c}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}, \quad (45)$$

$$\rho_{24} = \frac{\text{Cov}(f_2, f_4)}{\sigma_{f_2} \sigma_{f_4}} = \frac{V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}}{\sqrt{C_2^2 V_R^2 \mu_{\sigma_{bp}}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}, \quad (46)$$

$$\rho_{13} = \frac{\text{Cov}(f_1, f_3)}{\sigma_{f_1} \sigma_{f_3}} = \frac{C_3 V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}{\sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_c}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2} \sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_b}^2 + C_3^2 V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}, \quad (47)$$

$$\rho_{23} = \frac{\text{Cov}(f_2, f_3)}{\sigma_{f_2} \sigma_{f_3}} = \frac{C_3 V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}{\sqrt{C_2^2 V_R^2 \mu_{\sigma_{bp}}^2 + V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2} \sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_b}^2 + C_3^2 V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}, \quad (48)$$

$$\rho_{34} = \frac{\text{Cov}(f_3, f_4)}{\sigma_{f_3} \sigma_{f_4}} = \frac{C_3 V_P \mu_{\sigma_{\text{appc}}}}{\sqrt{V_R^2 \mu_{\sigma_b}^2 + C_3^2 V_P^2 \mu_{\sigma_{\text{appc}}}^2}}. \quad (49)$$

4 算例分析

例题 一机翼下壁板,如图1所示.壁板是由5根桁条组成的大型铆接加劲板.桁条之间的间距是相等的.壁板总宽度 B 为 720×10^{-3} m,长 L 为 648×10^{-3} m.桁条间距 b 为 180×10^{-3} m.板材厚度 t 为 4×10^{-3} m.板的材料为 LY12-C2,其弹性模量 E 为 69 580 MPa,其强度 σ_b 限为 392 MPa.桁条截面积 A_s 为 111.7×10^{-6} m²,材料为 LC4-CS,其弹性模量 E_s 为 69 580 MPa,其强度限 σ_{bp} 为

588.98 MPa.连接采用 LE-6 \times 14 M_bR 铆钉,铆钉间距 l 为 36×10^{-3} m.桁条中铆钉孔削弱修正系数 φ_P 为 0.935.板的断裂韧度 K_c 为 97.34×10^{-3} MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$.已知初始裂纹 $2a_0$ 为 220×10^{-3} m.取抗力变异系数 v_R 为 0.1,载荷变异系数为 0.2,耐久性分析中取初始裂纹 a_{00} 为 0.2×10^{-3} m,最终裂纹 a_d 为 0.8×10^{-3} m,使用临界载荷应力 σ_{appc} 的均值 $\mu_{\sigma_{\text{appc}}}$ 为 130.67 MPa,最大应力 σ_{\max} 的均值 $\mu_{\sigma_{\max}}$ 为 125 MPa 和最小应力 σ_{\min} 的均值 $\mu_{\sigma_{\min}}$ 为零.派耳斯公式

中的材料常数 n 为 3.629 和 C 为 2.8196×10^{-33} [($m^{\frac{2+3n}{2}}/N^n$)/周]. 给定设计使用寿命 N_{sy} 为 2×10^4 周期.

解: 1) 对于 $a_0 = 110 \times 10^{-3}$ m, 由文献[6]的解析法可求得此时的临界应力 $\mu_{\sigma_c} = 197.96$ MPa. 对应的临界半裂纹长度 $a_c = 173 \times 10^{-3}$ m;

2) $C_2 = \varphi_P/L_P = 0.3117$, $L_P = 3$ 由文献[2]查得

$$\mu_{\sigma_x} = C_2 \mu_{\sigma_{BP}} = 183.59 \text{ MPa};$$

$$3) C_3 = \frac{Bt + nA_s}{(B - 2a_c)t + nA_s} = 1.674,$$

$$\mu_{\sigma_b} = C_3 \mu_{\sigma_{appc}} = 218.74 \text{ MPa};$$

$$4) C_4 = \frac{2}{C(n-2)\pi^{n/2}} [a_{00}^{\frac{2-n}{2}} - a_d^{\frac{2-n}{2}}] = 3.78 \times 10^{34},$$

$$\mu_{N_{cr}} = \frac{C_4}{\mu_{\sigma_{max}}^n} = 1.5718 \times 10^5.$$

5) 由式(2)~(12)可求得各失效模式的失效概率, 由式(44)~(49)可求出失效模式间相关系数.

6) 由文献[10]的公式

$$P_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ \max \left[P_i \Phi \left[-\frac{b_j - \rho_{ij} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \right], P_j \Phi \left[-\frac{\beta_i - \rho_{ij} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \right] \right] + P_i \Phi \left[-\frac{\beta_j - \rho_{ij} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \right] + P_j \Phi \left[-\frac{\beta_i - \rho_{ij} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \right] \right\},$$

可求得各模式间的二阶联合概率;

7) 将各模式的失效概率与二阶联合概率代入式(14)可求得失效概率 $P_s = 0.0536$, 则结构系统的可靠度为

$$P_r = 1 - P_s = 0.9464.$$

5 结论

1) 对于航天飞机薄壁结构, 在考虑损伤容限和耐久性要求的可靠度计算中, 关键是损伤容限和耐久性失效模式的分析, 要根据结构系统的具体情况, 找出损伤容限和耐久性的主要失效模式, 计算每个失效模式的失效概率和进行失效模式的相关性分析, 最后求出结构系统可靠度的数值.

2) 在结构系统的可靠性分析中, 失效模式的相关性对系统可靠性影响很大, 因此必须对失效模式的相关性进行分析, 计算它们的相关系数值. 在计算过程中, 应尽量将与外载有关的随机变量, 化成含有 σ_{appc} 的随机变量表示, 以便于进行相关系数的定量计算.

3) 由算例结果可知: 航天飞机薄壁结构的可靠度主要取决于失效概率大的主要失效模式. 为提高可靠度, 应减少最主要失效模式的失效概率. 例如, 算例中桁条破坏的失效模式失效概率最大, 为减小此模式失效概率, 必须减小桁条的载荷集中系数.

4) 如果再有其他设计要求, 进行结构系统的可靠性分析, 同样可根据各设计要求, 建立失效模式, 采用本文提供的方法分析.

该文对航天飞机薄壁结构的可靠性进行了定量研究, 这一研究将为具有类似的结构系统的可靠性分析, 提供理论依据和计算的方法.

参考文献:

- [1] 过崇伟. 航空航天技术概论[M]. 北京: 北京航空航天大学, 1992.
- [2] 航空工业部科学技术委员会. 飞机结构损伤容限设计指南[M]. 北京: 航空工业部科学技术委员会, 1985.
- [3] GJB776-89, 军用飞机损伤容限要求[S]. 1989.
- [4] 航空航天工业部科学技术研究院. 近代飞机耐久性设计技术[M]. 北京: 航空航天工业部科学技术研究院, 1989.
- [5] 冯元生. 结构体系可靠性分析与设计[M]. 西安: 西北工业大学, 1989.
- [6] THOFT-CHRISTENSEN P, BAKER M J. Structural reliability theory and its applications [M]. Springer-verlag, 1982.
- [7] DITLEVENSEN O. Narron reliability bounds for structural systems[J]. J Stract Mech, 1979(3): 435-451
- [8] 褚武扬. 断裂力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1979.
- [9] 胡毓仁, 陈伯真. 船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1996.

[责任编辑: 李玲珠]