

文章编号: 1001-0645(2005)06-0471-04

# 沙粒对飞机发动机叶片的冲击碰撞

魏雪霞, 李广利

(北京理工大学 理学院, 北京 100081)

**摘 要:** 研究沙粒与飞机发动机叶片的冲击碰撞, 并将飞机发动机叶片模拟为横观各向同性材料, 建立了横观各向同性叶片受沙粒垂直冲击碰撞时产生的永久性凹坑深度和反弹系数的解析表达式。数值分析结果表明材料沿冲击方向的泊松比及剪切模量越大, 则凹坑深度越深。凹坑深度随着沿冲击方向的杨氏模量的增大会减小, 达到一临界值后又逐渐增大, 这为设计飞机发动机的抗冲击横观各向同性叶片提供了理论基础。

**关键词:** 沙粒; 飞机发动机叶片; 弹塑性碰撞; 横观各向同性

**中图分类号:** O 344.3      **文献标识码:** A

## The Impact of Sand on the Blades of Airplane Engines

WEI Xue-xia, LI Guang-li

(School of Science, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to study the impacts of sand on the airplane engine blades, a theoretic model of permanent notch and rebound coefficient is established by simulating engine blades with transversely isotropic material. The numerical result shows that the permanent notch becomes deeper and the rebound coefficient becomes less when the values of Poisson ratio and shear modulus along the impact direction increase. But the permanent notch will become shallower and then become deeper when the values of the Young modulus along the impact direction increase. A theoretic fundamental analysis is given for the design of engine blades of transversely isotropic material to sustain the impacts.

**Key words:** sand; airplane engine blades; elastic and plastic impact; transversely isotropic

飞机在起飞和降落的过程中, 飞溅的沙粒会与高速运转的飞机发动机叶片产生冲击碰撞。由于发动机叶片高速旋转, 沙粒相对于叶片的相对速度可高达 300 m/s, 其冲击作用常在叶片表面产生永久的凹坑或划痕, 初步的调查报告表明发动机叶片在这些凹坑或划痕附近极易产生微裂纹。由于飞机发动机叶片的高速旋转, 这些微裂纹会快速扩展, 形成宏观裂纹。

1997 年以来, 这一问题引起国外研究机构的重视<sup>[1~3]</sup>, 相关的文献包括沙粒对 Ti-6Al-4V 材料制成的叶片以及 Ni-Al 和氧化硅材料制成叶片的冲击损伤的实验研究<sup>[4,5]</sup>, 但几乎所有国外研究都是针对某种特定材料的实验研究, 相关的理论研究很少, 沙粒对发动机叶片的冲击损伤机理尚不明确。

为了延长发动机叶片的使用寿命和提高其安全可靠性能, 功能梯度复合材料涂层已成功地应用于发

**收稿日期:** 2004-08-23

**基金项目:** 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(LXKYJJ200309); 北京理工大学基础研究基金资助项目(000Y07)

**作者简介:** 魏雪霞(1967-), 女, 教授, E-mail: cexxwei@bit.edu.cn.

动机叶片,此时发动机叶片材料可近似模拟为横观各向同性材料.当沙粒与叶片碰撞时,以开始接触点为坐标原点建立坐标系,如图 1,其中  $xOy$  平面为各向同性面,沿叶片厚度方向即坐标轴  $Oz$  方向为各向异性面.

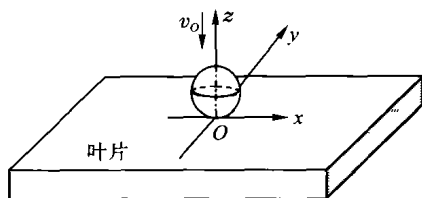


图 1 沙粒与发动机叶片冲击碰撞坐标系示意图

Fig. 1 Coordinate scheme for the impact of sand on airplane engine blades

## 1 理论分析

由于沙粒半径一般为  $0.1 \sim 0.3 \text{ mm}$ ,叶片厚度相对于沙粒直径的比值大于 100 倍,所以将叶片看作半无限大体,不考虑叶片厚度的影响.当沙粒以较大的相对速度  $v_0$  垂直冲击到叶片上时,叶片上与沙粒接触区域会发生弹塑性变形,使得碰撞结束后叶片表面留下永久凹坑.作者主要研究横观各向同性材料的各向异性参数(如杨氏模量、剪切模量和泊松比的各向异性)对永久凹坑深度及反弹系数的影响.

将沙粒与叶片表面的碰撞接触过程分为三个阶段考虑.第一阶段为弹性变形,当接触区的任一点压应力增加到叶片屈服应力时,标志该阶段结束.第二阶段,塑性变形区从接触区的中心开始产生,并向四周扩展增大.这一阶段接触区可分为两个部分,中心部分为一个半径为  $r_1$  的圆,即塑性变形区,所受压应力不变,边缘部分为一个与塑性变形区同心的圆环,是弹性变形区(如图 2).这一阶段一直持续到沙粒与叶片的相对速度减至零为止.第三阶段为回弹期,叶片将储存的弹性势能释放出来,凹坑的半径减

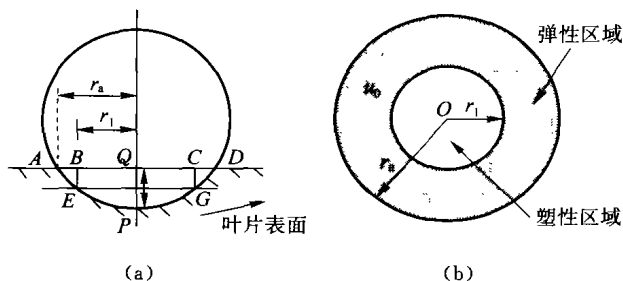


图 2 叶片表面受沙粒冲击碰撞后的弹塑性变形

Fig. 2 Elastic and plastic deformation of the blade surface caused by the impact of sand

小,沙粒速度反向增大.这一阶段持续到沙粒完全离开叶片表面为止.

碰撞的第一阶段为弹性变形.假设沙粒为刚性球体(即假设它的杨氏模量  $E$  趋近于无穷大),根据沙粒与横观各向同性材料的接触理论<sup>[6]</sup>,得到接触区域发生局部弹性变形而产生的凹坑半径  $r_a$  的公式为

$$r_a = [3FR(\delta_1 - \delta_2)/8]^{1/3}. \quad (1)$$

式中:  $R$  为沙粒的半径;  $F$  为沙粒对横观各向同性材料的总压力

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times$$

$$\left\{ \sqrt{E_x E_z G_z [E_z - 2G_z \mu_z (1 + \mu_x) - \sqrt{H/E_x}]} + \sqrt{E_x E_z G_z [E_z - 2G_z \mu_z (1 + \mu_x) + \sqrt{H/E_x}]} \right\} \times \sqrt{E_z - E_x \mu_z^2} / (\sqrt{E_x E_z G_z}),$$

$$\text{其中 } H = 4E_x(1 + \mu_x)[E_x G_z \mu_z (2G_z \mu_z - E_z) - G_z^2 E_z (1 - \mu_x)] + E_z^2 E_x^2. \quad (2)$$

式中:  $E_x, G_x, \mu_x$  分别表示横观各向同性材料中各向同性面的杨氏模量、剪切模量和泊松比,且有  $G_x = E_x/[2(1 + \mu_x)]$ ;  $E_z, G_z, \mu_z$  分别表示垂直于各向同性面的杨氏模量、剪切模量和泊松比.当取  $E_z = E_x, G_z = G_x, \mu_z = \mu_x$  时,材料退化为各向同性固体,此时式(2)简化为  $\delta_1 - \delta_2 = 2(1 - \mu_x^2)/E_x$ ,所以凹坑半径为  $r_a = [3FR(1 - \mu_x^2)/(4E_x)]^{1/3}$ ,与各向同性球和无穷大半空间各向同性固体的接触理论的结果一致<sup>[7]</sup>.

由赫兹碰撞定理知<sup>[8]</sup>,发生弹性变形时,凹坑的深度  $h$  与半径  $r_a$  的关系为

$$r_a^2 = Rh. \quad (3)$$

令  $E_u^* = 2/(\delta_1 - \delta_2)$ ,发生弹性变形时凹坑深度与受力的关系为  $F = (4/3)\sqrt{R} E_u^* h^{3/2}$ ,假设沙粒的质量为  $m$ ,所以第一阶段的运动式为

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = - \left[ \frac{4}{3} \sqrt{R} E_u^* h^{3/2} \right]. \quad (4)$$

参照文献[8],在半径为  $r_a$  的圆形碰撞接触区内的压应力分布为

$$\sigma(r) = (\sigma_c/r_a) \sqrt{(r_a^2 - r^2)} = 2E_u^* \sqrt{(r_a^2 - r^2)}/(\pi R), \quad (5)$$

式中  $\sigma_c$  为接触区中心的压应力.由赫兹原理可知  $\sigma_c = 3F/(2\pi r_a^2)$  为最大压力值,并且最大压应力  $\sigma_{\max}$  发生在接触面的中心,值为  $\sigma_c$ <sup>[6]</sup>.当最大压应力  $\sigma_{\max}$

达到叶片的屈服极限  $\sigma_s$  时, 即  $\sigma_c = \sigma_s$ , 第一阶段结束, 由式(4)解得此时各参数的临界值为

$$r_{a1} = \frac{\pi \sigma_s R}{2 E_{ti}^*}, \quad h_1 = R \left[ \frac{\pi \sigma_s}{2 E_{ti}^*} \right]^2, \quad (6)$$

$$h_1 = \sqrt{\left( v_0^2 - \frac{16 E_{ti}^* \sqrt{R}}{15 m} h_1^{\frac{5}{2}} \right)}, \quad (6)$$

式(6)也是第二阶段的初始条件。

第二阶段, 凹坑半径  $r_a$  继续增大, 并从接触区中心开始产生塑性变形。设当沙粒与叶片的相对速度减至零时塑性变形区的半径为  $r_1$ , 此时从半径  $r_1$  到  $r_a$  为弹性变形环。由于弹性环内的压力仍由式(5)决定, 积分可得弹性环内的受力  $F_1$  为

$$F_1 = \int_{r_1}^{r_a} \frac{4 r E_{ti}^* \sqrt{(r_a^2 - r^2)}}{R} dr = \frac{4 E_{ti}^* (r_a^2 - r_1^2)^{\frac{3}{2}}}{3 R} = \frac{1}{6} \frac{\sigma_s^3 \pi^3 R^2}{E_{ti}^{*2}}. \quad (7)$$

由于塑性变形区的屈服应力为常量  $\sigma_s$ , 则整个接触区内的受力为:  $F = F_1 + \pi r_1^2 \sigma_s$ , 利用式(3)(5)得到运动式为

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = - \left[ \pi R \sigma_s h - \frac{1}{12} \frac{\sigma_s^3 \pi^3 R^2}{E_{ti}^{*2}} \right]. \quad (8)$$

根据初始条件式(6), 得凹坑深度的最大值为

$$h_{\max} = \left[ \left( \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R}{6 E_{ti}^{*2}} \right)^2 + \frac{m}{\sigma_s \pi R} \left( v_0^2 - \frac{16 E_{ti}^* \sqrt{R}}{15 m} h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{12} \frac{\sigma_s^3 \pi^3 R}{E_{ti}^{*2}}, \quad (9)$$

所以凹坑半径  $r_a$  的最大值为

$$r_{a \max} = (R h_{\max})^{\frac{1}{2}} = R^{\frac{1}{2}} \left\{ \left[ \left( \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R}{6 E_{ti}^{*2}} \right)^2 + \frac{m}{\sigma_s \pi R} \left( v_0^2 - \frac{16 E_{ti}^* \sqrt{R}}{15 m} h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R}{12 E_{ti}^{*2}} \right\}. \quad (10)$$

在第三阶段, 也就是弹性恢复期, 弹性环恢复为叶片表面, 而半径为  $r_1$  的塑性区成为永久的凹坑。根据第二阶段弹性环产生的受力  $F_1$ , 及弹性恢复期中塑性变形区产生的受力  $\pi r_1^2 [2 E_{ti}^* \sqrt{r_a^2 - r_1^2} / (\pi R)]$ , 并令  $u \equiv r_a^2 - r_1^2$ , 则  $u_0 = \sigma_s^2 \pi^2 R^2 / (4 E_{ti}^{*2})$ , 所以在第三阶段的运动式为

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = - 2 E_{ti}^* \left[ \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} - r_1^2 u^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (11)$$

根据初始条件  $t=0$  时,  $u=u_0$ ,  $\dot{u}=0$ , 以及在达到最大应变值时应力为  $\sigma_s$ , 利用式(5)(11)得到永久凹坑的半径  $r_1$  和反弹系数  $e$  分别为

$$r_1^2 = R \left\{ \left[ \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R}{6 E_{ti}^{*2}} \right]^2 + \frac{m}{\sigma_s \pi R} \left( v_0^2 - \frac{16 E_{ti}^* \sqrt{R}}{15 m} h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R^2}{6 E_{ti}^{*2}}, \quad (12)$$

$$e = \frac{2}{v_0} \left[ \frac{2 E_{ti}^*}{m} \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{2}{15} u_0^{\frac{5}{2}} + \frac{r_1^2}{3} u_0^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{R}. \quad (13)$$

对于一个足够浅的永久塑性凹坑, 凹坑的深度  $h_p$  与凹坑半径  $r_1$  的关系式为  $r_1^2 \approx 2 R h_p^{[8]}$ , 所以, 永久性凹坑的深度为

$$h_p = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R}{6 E_{ti}^{*2}} \right]^2 + \frac{m}{\sigma_s \pi R} \left( v_0^2 - \frac{16 E_{ti}^* \sqrt{R}}{15 m} h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{\sigma_s^2 \pi^2 R^2}{6 E_{ti}^{*2}}. \quad (14)$$

## 2 数值分析

由于  $E_{ti}^*$  是关于横观各向同性材料的杨氏模量、剪切模量和泊松比的表达式, 因此下面分析材料常数  $E_x, G_x, \mu_x, E_z, G_z, \mu_z$  对永久性凹坑深度  $h_p$  及反弹系数  $e$  的影响。假设沙粒以 300 m/s 的相对初始速度与飞机发动机叶片碰撞, 取材料的屈服压应力  $\sigma_s = 930$  MPa, 沙粒的半径为  $R = 0.175$  mm, 密度  $\rho = 2650$  kg/m<sup>3</sup>, 并引入  $x = E_z/E_x, y = \mu_z/\mu_x, s = G_z/G_x$  表征其在杨氏模量、泊松比和剪切模量的各向异性。下面考虑当  $x, y, s$  变化时, 永久性凹坑深度  $h_p$  以及反弹系数  $e$  的变化。取叶片材料的杨氏模量、泊松比、剪切模量分别为  $E_x = 10$  GPa,  $\mu_x = 0.3$ ,  $G_x = E_x/[2(1 + \mu_x)] = 3.85$  GPa, 由式(14)得到图 3, 图 4 和图 5。

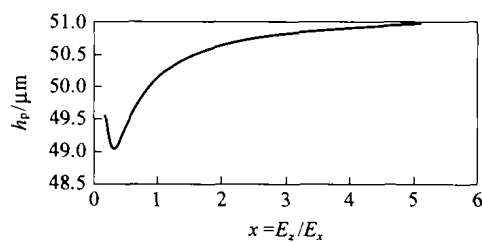
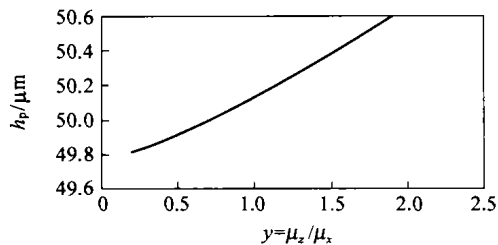
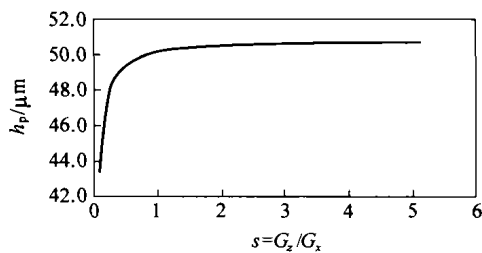


图 3 永久性凹坑深度  $h_p$  与  $E_z/E_x$  的关系图

Fig. 3 Relationship between  $h_p$  and  $E_z/E_x$

由图 4 可以看到, 当杨氏模量的各向异性参数比值  $x = E_z/E_x$  逐渐增大时, 凹坑深度  $h_p$  先逐渐变小, 达到最小值后, 又随着  $E_z/E_x$  的增大而增大, 即垂直于各向同性面的杨氏模量与各向同性面的杨氏模量的比值发生改变时, 凹坑深度  $h_p$  会有明显的变化, 并且会有一个最小值, 在这个最小值处, 材料被沙粒破坏的程度最小。由图 4, 图 5 可以看到, 当

图 4 永久性凹坑深度  $h_p$  与  $\mu_z/\mu_x$  的关系图Fig. 4 Relationship between  $h_p$  and  $\mu_z/\mu_x$ 图 5 永久性凹坑深度  $h_p$  与  $G_z/G_x$  的关系图Fig. 5 Relationship between  $h_p$  and  $G_z/G_x$ 

$\mu_z/\mu_x, G_z/G_x$  分别逐渐增大时,凹坑深度逐渐增大。

反弹系数  $e$  是用来衡量碰撞的能量损失程度的,它的取值范围为  $0 \sim 1$ 。碰撞产生的塑性变形越大,损失的能量越多,对应的反弹系数就越小。由公式(13)可得到当  $x = E_z/E_x, y = \mu_z/\mu_x, s = G_z/G_x$  发生变化时反弹系数  $e$  的变化。

反弹系数  $e$  的变换趋势与凹坑深度的变化趋势正好相反,这与凹坑深度越深损失的能量越多因而反弹系数越小是一致的。

对碰撞问题,刚性球体对各向同性材料冲击碰撞的实验研究较多,关于横观各向同性材料的实验研究和数值计算较少,因此有待于进一步进行实验研究,与该理论研究进行比较。

### 3 结 论

作者从理论上研究了沙粒对飞机发动机横观各向同性材料叶片的冲击碰撞过程。由上面的分析可以知道,当材料在杨氏模量、泊松比和剪切模量方面

存在各向异性时,沙粒对飞机发动机叶片碰撞产生的永久性凹坑深度以及反弹系数都会发生变化。数值分析结果显示当取适当的杨氏模量方面的各向异性以及尽量小的泊松比和剪切模量方面的各向异性程度都可以提高飞机发动机叶片材料的抗沙粒冲击破坏性。

### 参考文献:

- [1] Xi Chen, John W H. Particle impact on metal substrates with application to foreign object damage to aircraft engines [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2002, 50: 2669—2690.
  - [2] Liou J W, Lui T S, Chen L H.  $\text{SiO}_2$  particle erosion of A356.2 aluminum alloy and the related microstructural changes [J]. Wear, 1997, 211: 169—176.
  - [3] John J R, Theodore N, Steven R, et al. Influence of foreign object damage (FOD) on the fatigue life of simulated Ti-6Al-4V airfoils [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 25: 233—250.
  - [4] Christine M M, Daniel E, Theodore N. Effects of ballistic impact damage on fatigue crack initiation in Ti-6Al-4V simulated engine blades [J]. Materials Science and Engineering, 2002, 325: 465—477.
  - [5] Walston W S, Darolia R, Demania D A. Impact resistance of NiAl alloys [J]. Materials Science and Engineering A, 1997, 239(1—2): 353—361.
  - [6] Dahan M, Zarka J. Elastic contact between a sphere and a semi infinite transversely isotropic body [J]. Int J Solids Struct, 1977, 13: 229—238.
  - [7] Werner G. Impact [M]. London: Edward Arnold (publishers) Ltd, 1960. 93—94.
  - [8] 徐芝纶. 弹性力学(上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- Xu Zhilun. Elasticity mechanics (1) [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. (in Chinese)