

第3章 电路的暂态过程

电路的暂态及换路定律

1 暂态与换路定理

1. 电路的暂态

过渡过程：电路从一个稳定状态过渡到另一个稳定状态，电压、电流等物理量经历一个随时间变化的过程。

条件：电路结构或参数的突然改变。

产生过渡过程的原因：能量不能跃变。

2. 换路定理

换路：电路工作条件发生变化，如电源的接通或切断，电路连接方法或参数值的突然变化等称为换路。

换路定理：电容上的电压 u_C 及电感中的电流 i_L 在换路前后瞬间的值是相等的，即：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

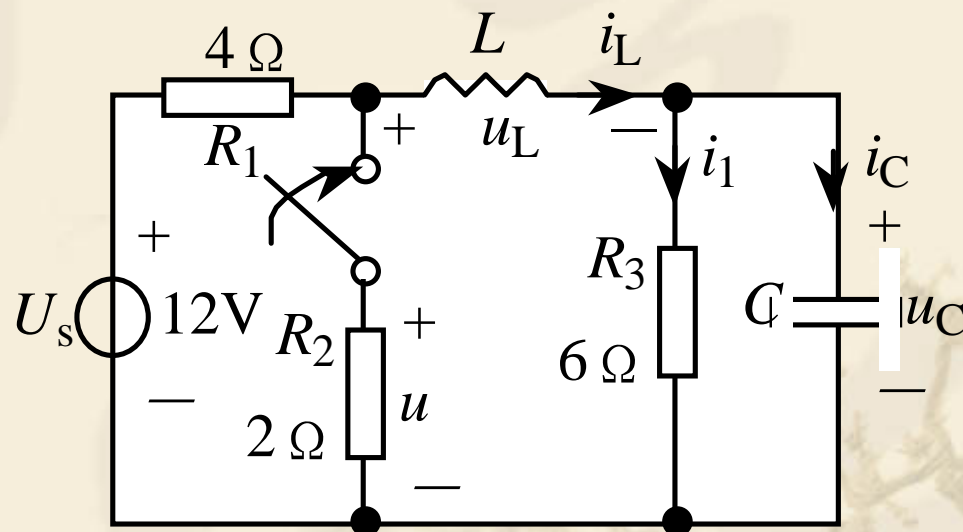
必须注意：只有 u_C 、 i_L 受换路定理的约束而保持不变，电路中其他电压、电流都可能发生跃变。

例：图示电路原处于稳态， $t=0$ 时开关S闭合，求初始值 $u_C(0_+)$ 、 $i_C(0_+)$ 和 $u(0_+)$ 。

解：由于在直流稳态电路中，电感 L 相当于短路、电容 C 相当于开路，因此 $t=0_-$ 时电感支路电流和电容两端电压分别为：

$$\begin{aligned} i_L(0_-) &= \frac{U_s}{R_1 + R_3} \\ &= \frac{12}{4 + 6} = 1.2\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_C(0_-) &= i_1(0_-)R_3 \\ &= i_L(0_-)R_3 \\ &= 1.2 \times 6 = 7.2\text{V} \end{aligned}$$



在开关S闭合后瞬间，根据换路定理有：

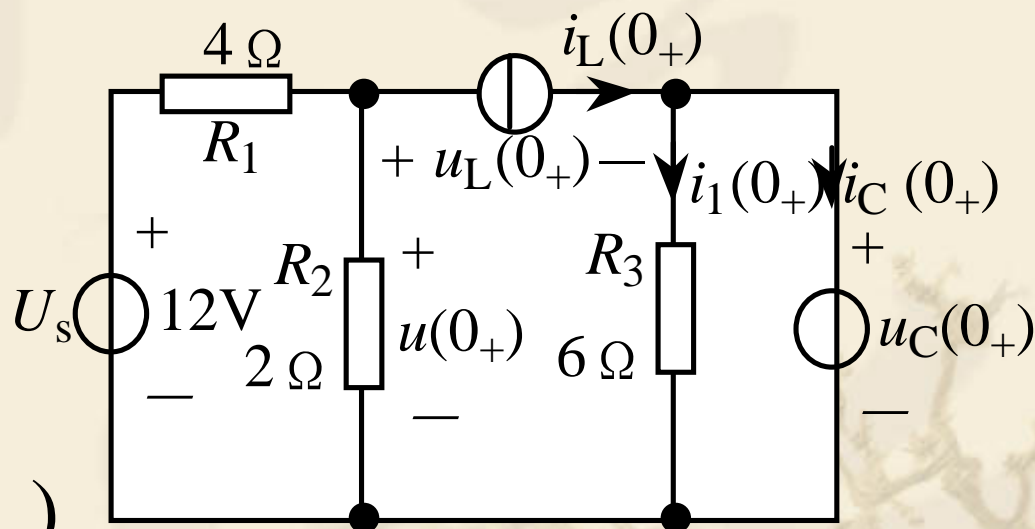
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1.2\text{A}$$

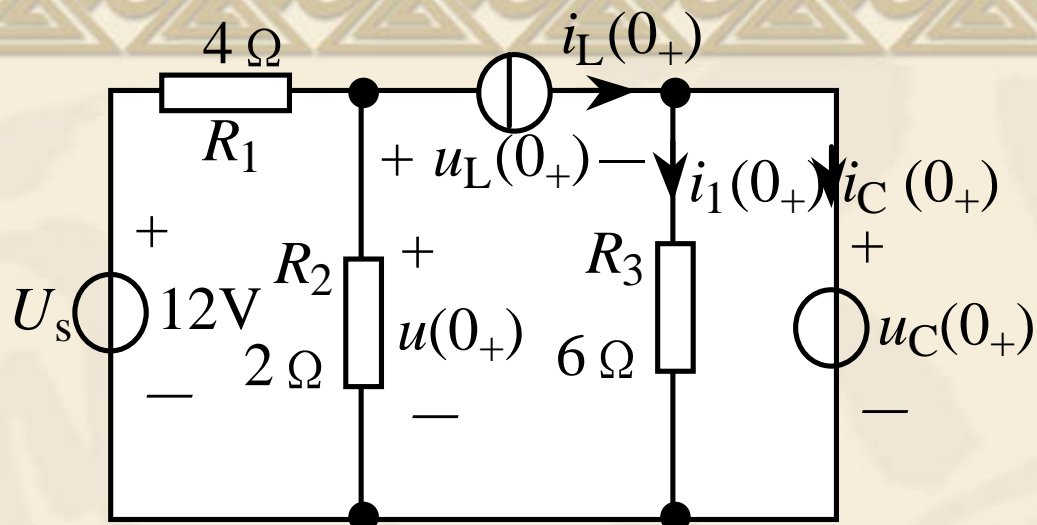
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 7.2\text{V}$$

由此可画出开关S闭合后瞬间即时的等效电路，如图所示。由图得：

$$\begin{aligned} i_1(0_+) &= \frac{u_C(0_+)}{R_3} \\ &= \frac{7.2}{6} = 1.2\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_C(0_+) &= i_L(0_+) - i_1(0_+) \\ &= 1.2 - 1.2 = 0\text{A} \end{aligned}$$





$u(0_+)$ 可用节点电压法由 $t=0_+$ 时的电路求出，为：

$$u(0_+) = \frac{\frac{U_s}{R_1} - i_L(0_+)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{12}{4} - 1.2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = 2.4\text{V}$$

2 RC电路的暂态分析

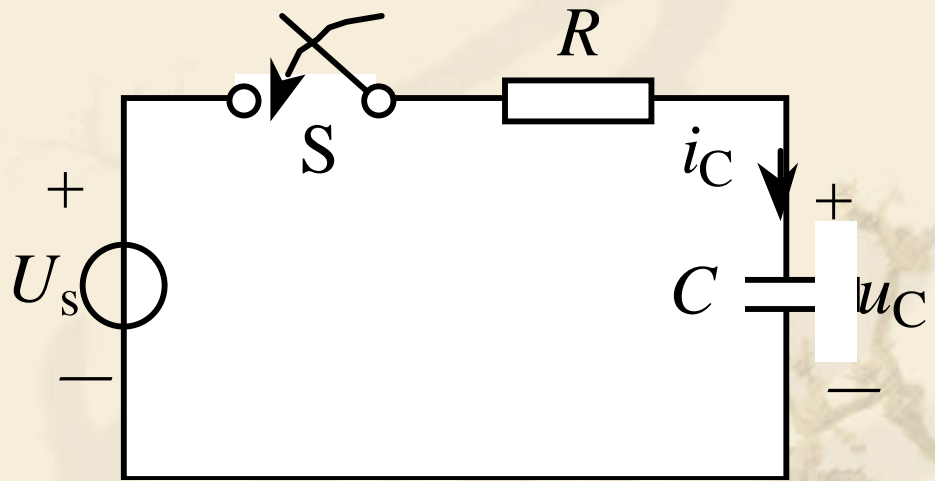
1. 电容充电过程分析

图示电路，电容 C 无初始储能， $u_C(0_+)=0V$ ， $t=0$ 时开关 S 闭合，电源对电容充电，从而产生过渡过程。根据KVL，得回路电压方程为： $u_C = U_s$

而： $i_C = C \frac{du_C}{dt}$

从而得微分方程：

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s$$



解微分方程，

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中 $u_C(0_+)$ 、 $u_C(\infty)$ 和 τ 分别为换路后电容电压 u_C 的初始值、稳态值和电路的时间常数。
时间常数 $\tau=RC$ 决定充电过程的快慢。

可见只要知道 $u_C(0_+)$ 、 $u_C(\infty)$ 和 τ 三个要素，即可求出 u_C 。这种利用三要素来求解一阶线性微分方程解的方法称为三要素法。

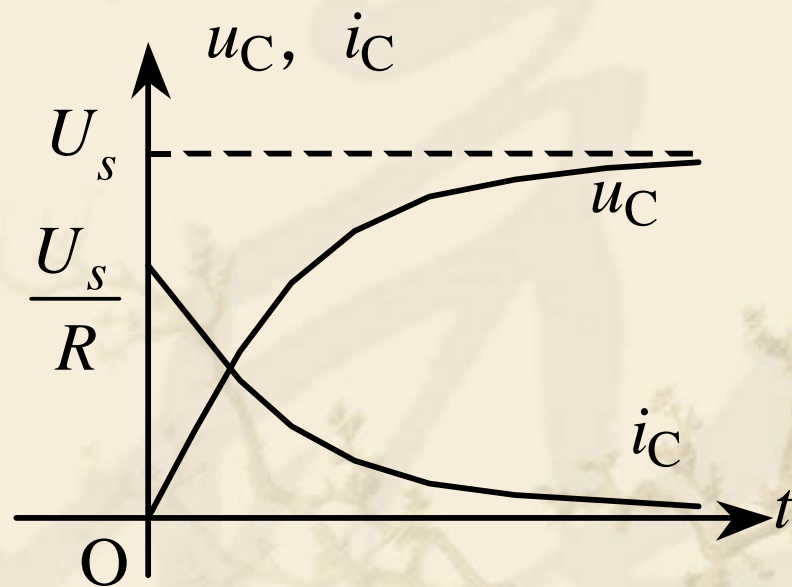
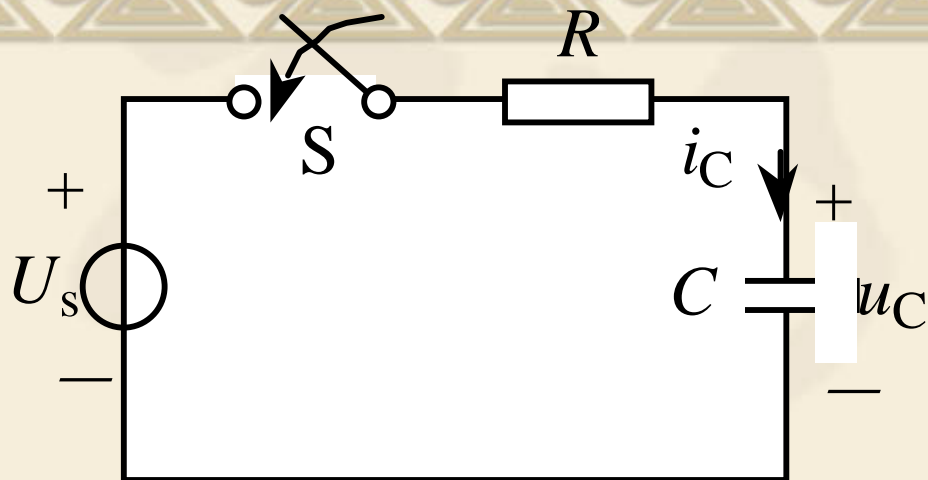
对于图示电路，
由于 $u_C(0_+)=0$ ，
 $u_C(\infty)=U_s$ ，
 $\tau=RC$ ，所以：

$$u_C = U_s (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

充电电流
为：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_s}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

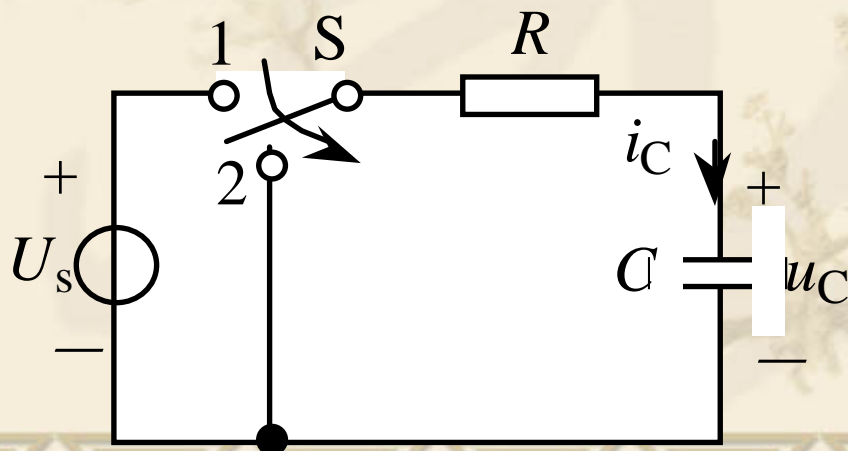
u_C 及 i_C 的波形如右图所示。



2. 电容放电过程分析

图示电路，开关S原来在位置1，电容已充有电压 U_0 。 $t=0$ 开关S从位置1迅速拨到位置2，使电容C在初始储能的作用下通过电阻R放电，产生电压、电流的过渡过程，直到全部能量被消耗完为止。由于 $u_C(0_+) = U_0$ ， $u_C(\infty) = 0$ ， $\tau = RC$ ，根据三要素法，得换路后电容电压为：

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

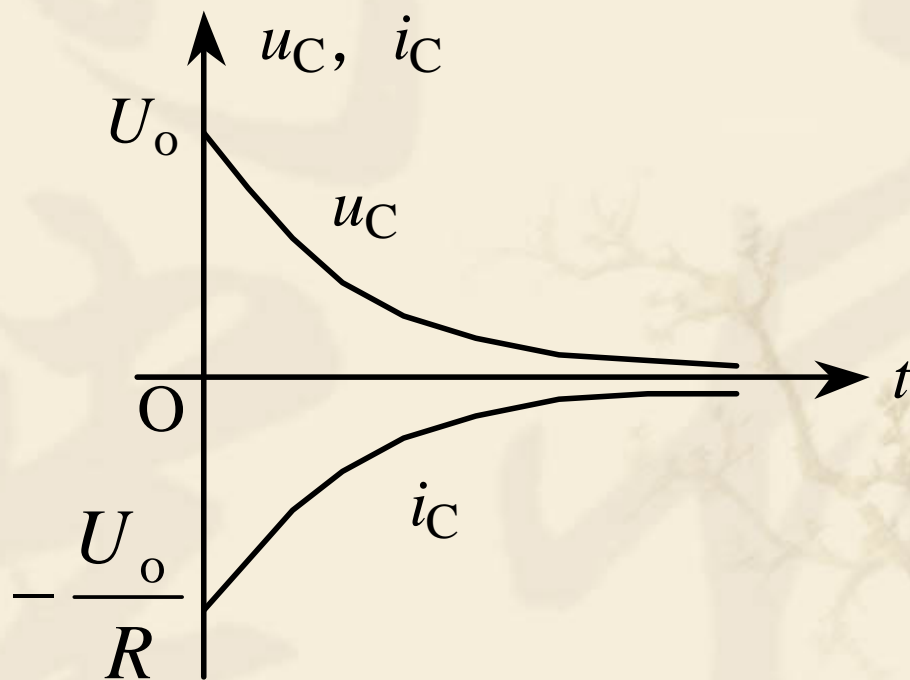


放电电流

为：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U_o}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

u_C 及 i_C 的波形如下图所示。



3 RL电路的暂态分析

RL电路的过渡过程分析方法与**RC**电路相同，即根据换路后的电路列出微分方程，然后求解该微分方程即可。由于**RL**电路的微分方程也是一阶常系数线性微分方程，所以三要素法对**RL**电路过渡过程的分析同样适用，但需注意**RL**电路的时间常数为： $\tau = L/R$ 。例如，电感**L**中的电流 i_L 为：

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$