

大飞机极区惯性/天文组合导航算法

周 琪^{1,2}, 秦永元¹, 严恭敏¹, 岳亚洲²

(1. 西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072;

2. 中航工业西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710065)

摘 要: 针对高纬度地区地理经线收敛,造成传统惯导力学编排在地理极点存在奇异值的问题,结合军用大飞机对全自主、高精度、长航时、全球范围导航能力的需要,提出了极区格网惯性/天文组合导航方案。首先以格林尼治子午线作为航向参考,可避免航向参考线在极点处收敛。在此基础上定义了格网导航坐标系,并推导了格网惯导力学编排及其误差方程,解决了传统力学编排在极区无法工作的难题。其次,利用星跟踪器瞄准线位置矢量在惯导平台坐标系和计算坐标系内的测量和计算之差,作为卡尔曼滤波的测量以估计和校正惯导误差。仿真分析表明,格网惯性/天文组合导航方案在8 h内的定位误差小于400 m,可满足大飞机极区导航的需要。

关键词: 极区导航; 格网导航; 组合导航; 星跟踪器; 卡尔曼滤波

中图分类号: U 666.1

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.12.19

Stellar-inertial navigation for transpolar large aircraft

ZHOU Qi^{1,2}, QIN Yong-yuan¹, YAN Gong-min¹, YUE Ya-zhou²

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710065, China)

Abstract: An approach to polar stellar-inertial navigation utilizing a grid coordinate system is presented. The conventional inertial navigation mechanizations is not suited for transpolar flights due to the convergence of the longitude meridians at the poles which cause a mathematical singularity in the navigation equations. The method proposed here utilizes a grid reference frame and the grid meridians are everywhere parallel to the Greenwich meridian, based on which, the grid mechanization equations and error equations are derived. Since the meridians do not converge at the poles, the grid mechanization is well suited for polar navigation. The requirement for military aircraft inertial navigation systems with all-earth, completely self-contained, high precision and long-flight capability can be achieved through aiding with star-tracker. The difference between the inertial platform measured and computed lines of sight vectors to a star provides an ideal observation for the stellar-inertial Kalman filter to estimate or correct inertial navigation errors. The simulation results show that the position error propagation is less than 400 m for an 8 h flight and the proposed scheme is effective in polar navigation.

Keywords: polar navigation; grid navigation; integrated navigation; star tracker; Kalman filter

0 引 言

由于长距离大圆飞行时往往要穿越极区,因此现代意义上的大飞机导航系统要求具备极区导航的能力^[1-3]。此外,极地的油气资源储量、战略“瞰制地位”和航道控制地位导致各军事强国在极地的形势暗流涌动,只有具备极区飞行能力才有极地利益分配的发言权^[4-5]。竞争的残酷要求导航系统必须同时具备完全自主、高精度、长航时导航的能力。纵观现有的导航设备,全球卫星定位系统(global posi-

tion system, GPS)在高纬度地区多径效应明显,导致定位信号质量较差甚至无法定位^[4-5]。高纬度地区存在磁场异常区域,同时水平磁力线变弱并收敛于磁极点导致磁罗盘在高纬度地区不可用^[1,6]。极地太阳风暴会严重扰乱极地地磁场和干扰无线电导航,因而惯性/天文组合导航是备受青睐的一种导航方式^[7-10]。

由于地理经线在高纬度地区收敛于极点,传统的指北方位平台惯导力学编排在高纬度地区存在计算溢出和方位陀螺施矩困难的问题,游移方位惯导系统可在极区完成姿

收稿日期:2012-10-30; 修回日期:2013-07-31; 网络优先出版日期:2013-10-12。

网络优先出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20131012.1740.002.html>

基金项目:航空基金(9140A09031310HK0319)资助课题

态方向余弦矩阵和位置方向余弦矩阵的计算,但从方向余弦矩阵中提取航向和位置信息时存在奇异值^[11-12]。格林尼治格网航向以格林尼治子午线作为航向参考是解决极区导航无可用方向参考线的有效手段^[1,6,12]。本文在格林尼治格网航向的基础上定义了格林尼治格网导航坐标系,同现有的通用格网坐标系,如通用横向墨卡特投影图(universal transverse mercator, UTM)、通用极地方位投影图(universal polar stereographic, UPS)、军用网格参考系统(military grid reference system, MGRS)等格网坐标系不同,通用格网坐标系指通过地图投影的方式在平面上建立与地球曲面上相对应的经纬网关系。通用的惯性导航系统将载体实时经纬度经坐标变换成通用格网坐标,实现输出格网坐标的功能。实质上,惯导系统仍然采用传统力学编排方案,无法解决极区惯导无法输出定位定向信息的难题^[1,13-14]。

为满足全自主、高精度、长航时导航的需要,借助天文导航系统校正惯性导航累积误差的手段一直受到军事强国的重视,从 20 世纪 50 年代起就开始致力于该方面的研究^[10]。以美国空军为例,20 世纪 80 年代的 NAS-26 惯性/天文组合导航系统^[15]、90 年代的 SAIN 捷联式惯性/天文导航系统^[16]、本世纪初的 LN-120G 惯性/天文组合导航系统^[17]均是典型的机载惯性/天文组合导航产品,具备全球范围、全自主、高精度、长航时导航的能力,其中 LN-120G 惯性/天文组合后位置精度达到 0.5 nm/18 h,满足了战略侦查任务对高精度航行信息的需求^[17]。

本文在格网坐标系框架下推导了具备极区导航能力的格网惯性力学编排方程和导航误差方程,结合星跟踪器的输出提出了惯性/星跟踪器极区组合方案,最后仿真分析了该方案的导航性能。

1 格网导航力学编排

文中所用的直角坐标系定义如下:

i :地心惯性坐标系,坐标原点位于地心, z_i 轴与地球自转轴重合,位于赤道平面内的 x_i 和 y_i 轴指向空间某两颗恒星。

e :地心地固(earth-centered-earth-fixed, ECEF)坐标系,原点位于地心, z_e 轴与 z_i 轴重合, x_e 轴在赤道平面内与本初子午线相交, y_e 轴在赤道平面内与 z_e 、 x_e 轴构成右手直角坐标系。ECEF 坐标系与地球固连,以地球自转角速度 ω_e 绕 z_i 轴相对惯性坐标系旋转。各轴单位向量的集合记为 (e_x, e_y, e_z) 。

b :载体坐标系,原点与飞机质心重合, x_b 沿飞机横轴向右, y_b 沿飞机纵轴指向机头方向, z_b 沿飞机立轴向上, $x_b y_b z_b$ 构成右手直角坐标系。一般定义 x_b 轴、 y_b 轴和 z_b 轴分别为飞机的俯仰轴、横滚轴和方位轴。载体坐标系与惯性测量组件(inertial measurement unit, IMU)的体坐标系重合。

s :星体跟踪器坐标系,星跟踪器具有俯仰和方位随动机构,通过安装基座与 IMU 刚性固连。星体跟踪器的 x_s 轴与星跟踪器俯仰轴重合, z_s 轴沿星跟踪器方位轴向上, y_s

轴与跟踪器零位时跟踪轴中心线重合, x_s, y_s, z_s 构成右手直角坐标系。 b 系与 s 系间存在安装偏角。

g :地理坐标系,当地“东北天(east-north-up, ENU)”坐标系,各轴单位向量的集合为 (e_E, e_N, e_U) 。

G :格网坐标系,如图 1 所示,定义飞机所在地 P 点处平行于格林尼治子午面的平面为格网平面, P 点处的水平面为切平面,格网平面与切平面的交线为格网北向,真北方向同格网北向的夹角为 σ ,格网天向同地理天向重合,格网东向在切平面内且与格网北向垂直构成右手直角坐标系,此即为格网坐标系,其各轴单位向量集记为 $(e_{G_E}, e_{G_N}, e_{G_U})$ 。可见格网坐标系是 P 点处的水平坐标系,当飞机沿大圆航线移动时,具有大圆航线的格网航向处处相同的特点。

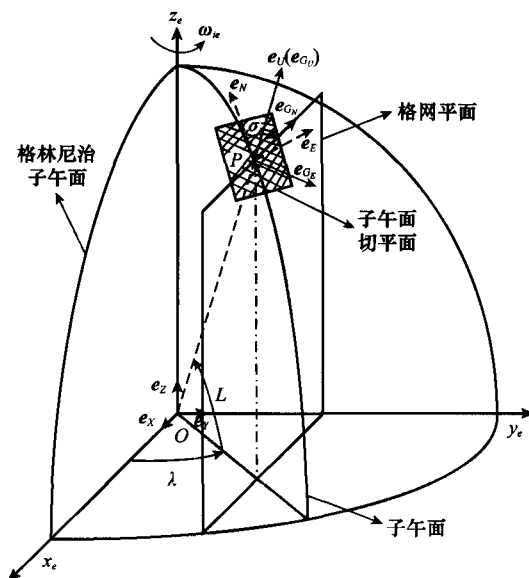


图 1 格网导航坐标系

设 P 点地理纬度、经度和高度分别为 L, λ 和 h ,图 1 中单位向量 e_{G_N} 垂直于 e_Y ,则

$$e_{G_N} \cdot e_Y = 0 \quad (1)$$

单位向量 e_{G_N} 和 e_Y 可用地理坐标系内的单位向量表示为

$$e_{G_N} = \sin \sigma e_E + \cos \sigma e_N + 0 e_U \quad (2)$$

$$e_Y = \cos \lambda e_E - \sin \lambda \sin L e_N + \cos \lambda \sin L e_U \quad (3)$$

由式(1)及内积的坐标表示关系可得

$$\sin \sigma \cos \lambda - \cos \sigma \sin L \sin \lambda = 0 \quad (4)$$

所以

$$\cos \sigma = \frac{\cos \lambda}{\sin L \sin \lambda} \sin \sigma \quad (5)$$

又因为

$$\sin^2 \sigma + \cos^2 \sigma = 1 \quad (6)$$

式(5)两边平方且与式(6)两边相减得

$$\sin \sigma = \pm \frac{\sin \lambda \sin L}{\sqrt{\sin^2 \lambda \sin^2 L + \cos^2 \lambda}} = \pm \frac{\sin \lambda \sin L}{\sqrt{1 - \cos^2 L \sin^2 \lambda}} \quad (7)$$

此处 $\sin \sigma$ 应取正号,因为当 $L=90^\circ$ 时, $\sigma=\lambda$; 当 $L=-90^\circ$

时, $\sigma = -\lambda$, 所以

$$\sin \sigma = \zeta \sin \lambda \sin L \quad (8)$$

$$\cos \sigma = \zeta \cos \lambda \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 L \sin^2 \lambda}} \quad (10)$$

格网坐标系 G 中地球自转角速度 ω_e 的投影 ω_e^G 可表示为

$$\omega_e^G = C_g^G \omega_e^g = \begin{bmatrix} -\omega_e \cos L \sin \sigma \\ \omega_e \cos L \cos \sigma \\ \omega_e \sin L \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中, C_g^G 表示 g 系到 G 系的转换矩阵, 可通过坐标系的基本旋转获得

$$C_g^G = \begin{bmatrix} \cos \sigma & -\sin \sigma & 0 \\ \sin \sigma & \cos \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ω_e^g 表示地球自转角速度 ω_e 在 g 系的投影, ω_e 为 ω_e 的模值

$$\omega_e^g = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \cos L \\ \omega_e \sin L \end{bmatrix} \quad (13)$$

飞机在地球表面移动时, G 系相对 e 系的位置速率 ω_{eG}^G 为

$$\omega_{eG}^G = \begin{bmatrix} \omega_{eGx}^G \\ \omega_{eGy}^G \\ \omega_{eGz}^G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{Gx}}{\tau_f} - \frac{v_{Gy}}{R_y} \\ \frac{v_{Gy}}{R_x} - \frac{v_{Gx}}{\tau_f} \\ \frac{\kappa v_{Gx}}{\tau_f} - \frac{\kappa v_{Gy}}{R_y} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中, v_{Gx} 和 v_{Gy} 为飞机的格网东向和北向速度; R_x 和 R_y 为格网方位等效曲率半径, $1/R_x$ 和 $1/R_y$ 为地球沿格网平台轴 x_G 、 y_G 方向的曲率; $1/\tau_f$ 为椭圆面在 P 点处的扭曲率。 ω_{eGx}^G 和 ω_{eGy}^G 可通过 G 系同 g 系的坐标转换关系获得。

由格网坐标系的定义及其与地理坐标系的关系可知

$$\omega_{eGz}^G = \omega_{egz}^g - \dot{\sigma} \quad (15)$$

式中

$$\omega_{egz}^g = \dot{\lambda} \sin L \quad (16)$$

对式(9)微分求导得

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{\lambda}}{\sin L} + \frac{\cos \sigma}{\sin L} [\cos L \sin \sigma \dot{L} - \cos^2 L \cos \sigma \dot{\lambda}] \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(15)得

$$\omega_{eGz}^G = -\frac{\cos L \sin \sigma}{\sin L} (\dot{\lambda} \cos L \sin \sigma + \dot{L} \cos \sigma) \quad (18)$$

又因为

$$\begin{cases} \dot{L} = \frac{v_{Gx} \cos \sigma - v_{Gy} \sin \sigma}{R_{Mh}} \\ \dot{\lambda} = \frac{v_{Gx} \sin \sigma + v_{Gy} \cos \sigma}{R_{Nh}} \end{cases} \quad (19)$$

式中, R_M 、 R_N 分别表示地球子午圈半径、卯酉圈半径。

将式(8)和式(19)代入式(18)得

$$\omega_{eGz}^G = \kappa \left(\frac{v_{Gx}}{\tau_f} - \frac{v_{Gy}}{R_y} \right) \quad (20)$$

其他相关参数定义为

$$\frac{1}{R_x} = \frac{\sin^2 \sigma}{R_{Mh}} + \frac{\cos^2 \sigma}{R_{Nh}} \quad (21)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{\cos^2 \sigma}{R_{Mh}} + \frac{\sin^2 \sigma}{R_{Nh}} \quad (22)$$

$$\frac{1}{\tau_f} = \left(\frac{1}{R_{Mh}} - \frac{1}{R_{Nh}} \right) \sin \sigma \cos \sigma \quad (23)$$

$$\kappa = \zeta \sin \lambda \cos L \quad (24)$$

$$R_{Mh} = R_M + h \quad (25)$$

$$R_{Nh} = R_N + h \quad (26)$$

$$R_{Oh} = \sqrt{R_{Mh} R_{Nh}} \quad (27)$$

式中, R_{Oh} 表示高斯曲率半径。式(14)表明沿格网水平面一个轴的飞行速度将引起水平面绕同一轴的旋转, 反映了格网水平面的扭曲旋转。

以格网坐标 G 为导航坐标系, 则体系 b 相对 G 的姿态可用一组欧拉角序列描述: 偏航角 ψ_G (关于 $-z$ 轴)、俯仰角 θ_G (关于 x 轴)、横滚角 γ_G (关于 y 轴)。同理, b 相对 g 的姿态欧拉角序列可表示为 $(\theta_g, \gamma_g, \psi_g)$ 。则姿态方向余弦矩阵 C_g^b 为

$$C_g^b = \begin{bmatrix} c\gamma_G & 0 & -s\gamma_G \\ 0 & 1 & 0 \\ s\gamma_G & 0 & c\gamma_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_G & s\theta_G \\ 0 & -s\theta_G & c\theta_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi_G & -s\psi_G & 0 \\ s\psi_G & c\psi_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中, $c\gamma_G$ 表示 $\cos \gamma_G$ 的缩写; $s\gamma_G$ 表示 $\sin \gamma_G$ 的缩写, 其他缩写类同。

由于 C_g^b 为单位正交矩阵, 故

$$C_b^G = (C_g^b)^T \quad (29)$$

用 Ω_{Gb}^b 表示 ω_{Gb}^b 的叉乘反对称矩阵, 则用方向余弦矩阵表示的姿态更新微分方程为

$$\dot{C}_b^G = C_g^G \Omega_{Gb}^b \quad (30)$$

$$\omega_{Gb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{iG}^b = \omega_{ib}^b - C_b^G \omega_{iG}^G =$$

$$\omega_{ib}^b - C_b^G (\omega_{ie}^G + \omega_{eG}^G) \quad (31)$$

式中, ω_{ib}^b 表示载体相对惯性空间的旋转角速度, 可由陀螺测量得到。

G 系下的速度微分方程为

$$\dot{v}^G = C_g^G f^b - (2\omega_{ie}^G + \omega_{eG}^G) \times v^G + g^G \quad (32)$$

式中, f^b 为 b 系下比力, 可由加速度计测量; g^G 表示重力矢量 g 在 G 系的投影。

ECEF 坐标系下的位置 $R^e(x, y, z)$ 的微分方程为

$$\dot{R}^e = C_G^e v^G \quad (33)$$

式中, C_G^e 为位置方向余弦矩阵, 定义为

$$C_G^e = \begin{bmatrix} -\zeta c^2 L \lambda c \lambda & -\zeta s L & c L c \lambda \\ 1/\zeta & 0 & c L s \lambda \\ -\zeta s \lambda s L c L & \zeta c \lambda c L & s L \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中, $c^2 L$ 表示 $\cos^2 L$ 的缩写; $c L$ 表示 $\cos L$ 的缩写, 其他缩写类同。

2 格网导航误差方程

记格网导航坐标系下的速度误差为 δv^G , 平台失准角为 ϕ^G , ECEF 坐标系下的位置误差为 δR^e , 陀螺漂移误差为 ϵ^b ,

\mathbf{e}^b 表示为用随机常数表示的逐次启动漂移 \mathbf{e}_w^b 和用高斯白噪声表示的快变漂移 \mathbf{e}_v^b 之和, 加速度计偏置误差为 \mathbf{V}^b , \mathbf{V}^b 表示为用随机常数表示的逐次启动漂移 \mathbf{V}_w^b 和用高斯白噪声表示的快变漂移 \mathbf{V}_v^b 之和, 则格网惯性导航的误差方程为

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^G = [(\mathbf{v}^G \times) \mathbf{C}_v - ((2\boldsymbol{\omega}_{ie}^G + \boldsymbol{\omega}_{eG}^G) \times)] \delta \mathbf{v}^G + \mathbf{f}^G \times \boldsymbol{\phi}^G + \mathbf{C}_b^G \mathbf{V}^b \quad (35)$$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^G = -(\boldsymbol{\omega}_{ie}^G \times) \boldsymbol{\phi}^G + \mathbf{C}_v \delta \mathbf{v}^G - \mathbf{C}_b^G \mathbf{e}^b \quad (36)$$

$$\delta \dot{\mathbf{R}}^e = \mathbf{C}_G^e \delta \mathbf{v}^G - \mathbf{C}_G^e (\mathbf{v}^G \times) \mathbf{C}_R \delta \mathbf{R}^e \quad (37)$$

$$\mathbf{e}_w^b = \mathbf{0}_{3,1} \quad (38)$$

$$\mathbf{V}_w^b = \mathbf{0}_{3,1} \quad (39)$$

式中, $\mathbf{0}_{3,1}$ 表示 3 行 1 列的零向量。

$$\mathbf{C}_v = \frac{1}{R_{Oh}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cot L \sin \sigma & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{C}_R = \frac{\xi}{R_{Oh}} \begin{bmatrix} sL & 0 & -c\lambda cL \\ s\lambda c\lambda^2 L & 1/\xi^2 & -s\lambda sLcL \\ cLsLs\lambda & 0 & -c^2 Ls\lambda c\lambda \end{bmatrix} \quad (41)$$

3 极区惯性天文组合状态模型

在极区采用的格网惯导力学编排方案中以格网坐标系 G 作为导航坐标系, 即理想平台坐标系 T , 捷联惯导模拟格网坐标系的“数学平台”为实际平台坐标系 p , 导航计算机计算出的位置确定的导航坐标系为计算坐标系 c 。 c 系相对 T 系的误差角矢量为 $\delta\boldsymbol{\theta} = [\delta\theta_x, \delta\theta_y, \delta\theta_z]^T$, p 系相对 c 系的误差角矢量为 $\boldsymbol{\psi} = [\psi_x, \psi_y, \psi_z]^T$, p 系相对 T 系的误差角矢量为 $\boldsymbol{\phi} = [\phi_x, \phi_y, \phi_z]^T$ 。由于 $\delta\boldsymbol{\theta}$ 、 $\boldsymbol{\psi}$ 和 $\boldsymbol{\phi}$ 在 p 、 T 和 c 系内的投影矢量仅差高阶小量, 故此忽略其上标。在规定上述 3 套坐标系后推导极区惯性/天文组合的量测方程。

通过星跟踪器的星体捕获、识别、跟踪功能和星历信息可以计算出捕获星体在惯性坐标系中的瞄准线位置矢量 \mathbf{u}^i , 则瞄准线位置矢量 \mathbf{u}^i 在惯导计算坐标系 c 下的投影 \mathbf{u}^c 为

$$\mathbf{u}^c = \mathbf{C}_i^c \mathbf{C}_i^s \mathbf{u}^i = \tilde{\mathbf{C}}_i^c \mathbf{C}_i^s \mathbf{u}^i \quad (42)$$

由于星跟踪器存在测量误差, 所以星跟踪器测量的星体瞄准线矢量为 $\tilde{\mathbf{u}}^i$, 设 $\delta\mathbf{u}^i$ 为星体瞄准线的测量误差矢量, 则

$$\tilde{\mathbf{u}}^i = \mathbf{u}^i + \delta\mathbf{u}^i \quad (43)$$

在实际情况下, 惯导体系 b 与星跟踪器坐标系 s 间的安装矩阵 \mathbf{C}_s^b 存在误差, 实际的安装矩阵应为 $\tilde{\mathbf{C}}_s^b$, 假设残余安装误差角为 $\boldsymbol{\mu}$, 则实际计算时 $\tilde{\mathbf{u}}^i$ 在 p 系下的投影 $\tilde{\mathbf{u}}^p$ 为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}^p &= \mathbf{C}_s^p \tilde{\mathbf{C}}_s^b \tilde{\mathbf{u}}^i = \\ &= \tilde{\mathbf{C}}_s^p \mathbf{C}_s^b \mathbf{C}_i^s (\mathbf{u}^i + \delta\mathbf{u}^i) = \\ &= \tilde{\mathbf{C}}_s^p (\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu} \times) \mathbf{C}_i^s (\mathbf{u}^i + \delta\mathbf{u}^i) = \\ &= \tilde{\mathbf{C}}_s^p \mathbf{C}_i^s \mathbf{u}^i - \tilde{\mathbf{C}}_s^p (\boldsymbol{\mu} \times) \mathbf{C}_i^s \mathbf{u}^i + \tilde{\mathbf{C}}_s^p \mathbf{C}_i^s \delta\mathbf{u}^i \end{aligned} \quad (44)$$

式中, $\tilde{\mathbf{C}}_s^p$ 为 b 系相对“数学平台”的方向余弦矩阵, 即

$$\tilde{\mathbf{C}}_s^p = \mathbf{C}_s^p \quad (45)$$

由于 $\delta\boldsymbol{\theta}$ 、 $\boldsymbol{\psi}$ 和 $\boldsymbol{\phi}$ 间存在

$$\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\psi} + \delta\boldsymbol{\theta} \quad (46)$$

故式(44)减式(42)并利用式(46)化简得

$$\mathbf{z}_b = \tilde{\mathbf{u}}^p - \mathbf{u}^c = (\mathbf{u}^c \times) \boldsymbol{\phi}^G - (\mathbf{u}^c \times) \mathbf{C}_R \delta \mathbf{R}^e + \tilde{\mathbf{C}}_s^p (\mathbf{u}^b \times) \boldsymbol{\mu} + \tilde{\mathbf{C}}_s^p \mathbf{C}_i^s \delta\mathbf{u}^i \quad (47)$$

式中, \mathbf{u}^b 为 \mathbf{u}^i 在 b 系的投影, 实际使用时用 $\tilde{\mathbf{C}}_i^b \mathbf{u}^i$ 替换, 式(47)即为惯性/天文导航的量测方程。

极区格网惯性/天文组合导航中选取惯导平台失准角 $\boldsymbol{\phi}^G$ 、惯导速度误差 $\delta\mathbf{v}^G$ 、惯导位置误差 $\delta\mathbf{R}^e$ 、陀螺随机常值漂移 \mathbf{e}_w^b , $\mathbf{e}_w^b = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z]^T$ 分别为 x 、 y 和 z 向陀螺随机常值漂移; 加速度计随机常值偏置 \mathbf{V}_w^b , $\mathbf{V}_w^b = [\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T$ 分别为 x 向、 y 向和 z 向加速度计随机常值偏置; 惯导体系统和星跟踪器体系间的安装偏差角为 $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\mu} = [\mu_x, \mu_y, \mu_z]^T$ 分别为 x 向、 y 向和 z 向安装偏差角, 此处假设安装偏差角为随机常值。因此惯性/天文组合导航的系统状态向量 \mathbf{X} 为

$$\mathbf{X} = [(\boldsymbol{\phi}^G)^T, (\delta\mathbf{v}^G)^T, (\delta\mathbf{R}^e)^T, (\mathbf{e}_w^b)^T, (\mathbf{V}_w^b)^T, \boldsymbol{\mu}^T]^T \quad (48)$$

结合格网惯导误差方程式(35)~式(41)及格网惯性/天文组合导航系统的状态 \mathbf{X} 可列出组合导航的状态空间模型为

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} -(\boldsymbol{\omega}_{ie}^G \times) & \mathbf{C}_v & \mathbf{0}_3 & -\mathbf{C}_b^G & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ (\mathbf{f}^G \times) & \mathbf{C}_{22} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{C}_b^G & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{C}_G^e & \mathbf{C}_{33} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^G \mathbf{e}_w^b & \mathbf{C}_b^G \mathbf{V}_w^b & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} \end{bmatrix}^T \quad (49)$$

式中, $\mathbf{0}_3$ 表示 3 行 3 列的零矩阵。

$$\mathbf{C}_{22} = \mathbf{v}^G \times \mathbf{C}_v - ((2\boldsymbol{\omega}_{ie}^G + \boldsymbol{\omega}_{eG}^G) \times) \quad (50)$$

$$\mathbf{C}_{33} = -\mathbf{C}_G^e (\mathbf{v}^G \times) \mathbf{C}_R \quad (51)$$

由式(47)可列出惯性/天文组合导航测量空间模型为

$$\mathbf{z}_b = \tilde{\mathbf{u}}^p - \mathbf{u}^c = \mathbf{H}\mathbf{X} + \tilde{\mathbf{C}}_s^p \mathbf{C}_i^s \delta\mathbf{u}^i \quad (52)$$

式中

$$\mathbf{H} = [(\mathbf{u}^c \times) \mathbf{0}_3 - (\mathbf{u}^c \times) \mathbf{C}_R \mathbf{0}_3 \mathbf{0}_3 \tilde{\mathbf{C}}_s^p (\mathbf{u}^b \times)] \quad (53)$$

4 仿真分析

在惯性/天文极区组合导航仿真中设置轨迹如图 2 所示。

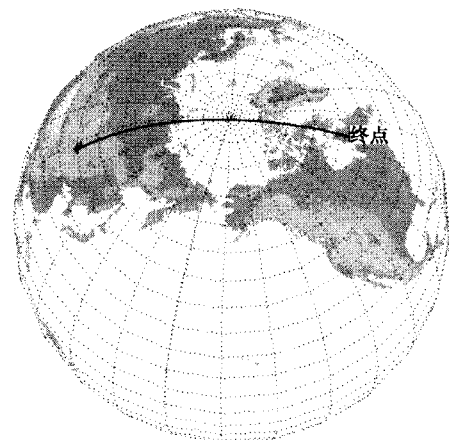


图 2 仿真轨迹

整个飞行过程中模拟了飞机的加速、爬升、转弯机动, 共飞行 8 h, 具体参数设置为

(1) 轨迹参数

轨迹起始点: $[45^{\circ}\text{N } 108^{\circ}\text{E } 500 \text{ m}]$; 轨迹纬度最高点 89.26°N 。

飞行速度: 起始速度 0 m/s ; 最高飞行速度 310 m/s 。

(2) 惯性器件性能参数

陀螺随机常值漂移 $0.01^{\circ}/\text{h}$, 随机游走系数 $0.001^{\circ}/\sqrt{\text{h}}$, 刻度系数误差 3×10^{-5} ; 加速度计随机常值偏置 $40 \mu\text{g}$, 随机游走系数 $5 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$, 刻度系数误差 4×10^{-5} 。

(3) 初始导航误差

姿态误差: $[0.2^{\circ}, 0.2^{\circ}, 0.2^{\circ}]$; 速度误差: $[0.1 \text{ m/s}, 0.1 \text{ m/s}, 0.1 \text{ m/s}]$; 位置误差: $[200 \text{ m}, 200 \text{ m}, 200 \text{ m}]$ 。

(4) 星跟踪器性能参数

水平测角精度 $10''$; 方位测角精度 $20''$; 星跟踪器与惯导体系间的安装误差角的误差为 $[3', 3', 3']$ 。为使仿真过程与星跟踪器实际工作过程相似, 同时为保证相邻两颗星有较好的几何关系, 仿真过程首先设置某颗星体高度角为在 $15^{\circ} \sim 75^{\circ}$ 间随机分布的角, 方位角为在 $0^{\circ} \sim 360^{\circ}$ 间随机分布的角, 在 $1 \sim 6 \text{ s}$ 周期内设定下一颗捕获的星体相对上一颗星体的几何夹角在 90° 附近且高度角在 $15^{\circ} \sim 75^{\circ}$ 范围内。

假设仿真过程中星跟踪器全程皆可捕获合适的星体信息, 同时高度通道通过气压高度计阻尼, 则极区惯性/天文组合导航的姿态估计误差效果如图 3 所示, 速度估计误差效果如图 4 所示, 位置误差估计效果如图 5 所示, 陀螺漂移估计效果如图 6 所示, 加速度计常值偏置估计效果如图 7 所示, 星跟踪器安装误差角的估计效果如图 8 所示。图 3~图 8 所示导航误差曲线和状态估计曲线是通过 20 次蒙特卡罗仿真得到的, 图中黑粗实线表示蒙特卡罗仿真的均值, 其余虚线为 20 次蒙特卡罗仿真结果。

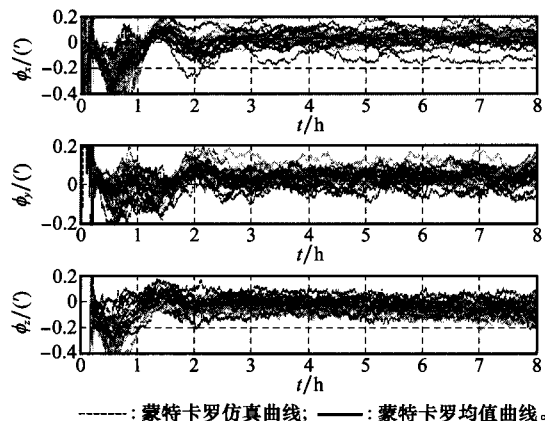


图 3 姿态估计误差

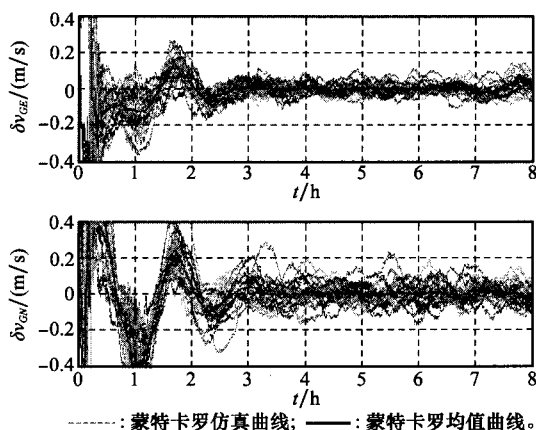


图 4 速度估计误差

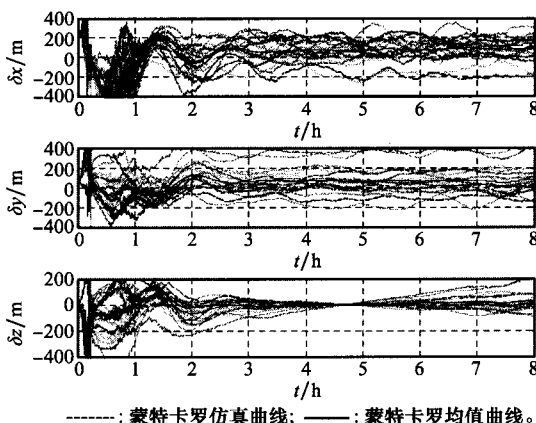


图 5 位置估计误差

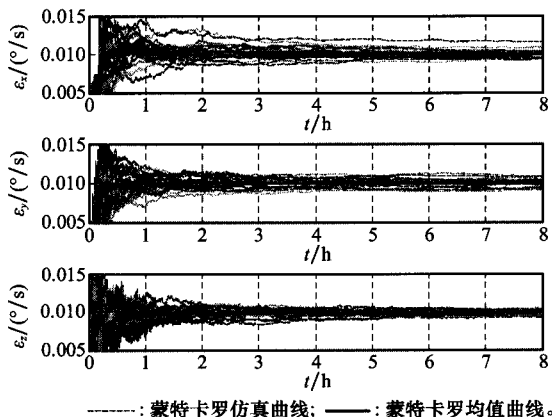


图 6 陀螺漂移估计值

由图 8 星跟踪器安装误差角估计图可以看出, $635 \sim 758 \text{ s}$ 飞机爬行飞行阶段 y 和 z 向的安装偏角估计值迅速收敛, $800 \sim 830 \text{ s}$ 飞机右转弯机动后 x 向安装偏角也被估计出来。可以看出星跟踪器的安装误差只有通过载机机动才能估计出来, 这主要是因为星跟踪器是姿态传感器, 其与惯导的组合导航可看作是姿态匹配传递对准过程。由

式(47)可知,若将平台失准角和安装误差角区分需要载机辅以一定的姿态机动。单轴的机动仅能与与之垂直的另两轴安装误差区分开,故载机需辅以两个轴向的角机动。在文中的组合方案中安装误差的确定是首要问题,故从矢量定姿的角度就是用姿态向量确定安装误差矩阵的过程。而姿态向量是通过陀螺量测处理角速度向量得到的,故通过两个不平行的角运动激励可以确定安装误差矩阵。从向量空间几何结构的角动,相互垂直的角激励矢量有更好的估计效果。考虑到大飞机的机动特性以及星跟踪器的动态范围,惯导/星跟踪器组合导航过程应在飞机升空过程中进行安装误差角的部分估计,飞机平稳飞行后应作一组“S”形机动辅助星跟踪器安装误差角的估计。摇翼机动过程不适合该组合方案,一方面大飞机的机动性能差而且星跟踪器的动态范围窄,另一方面在摇翼机动过程机翼容易遮挡星光造成星跟踪器无信号输出,无法完成安装误差角的估计。

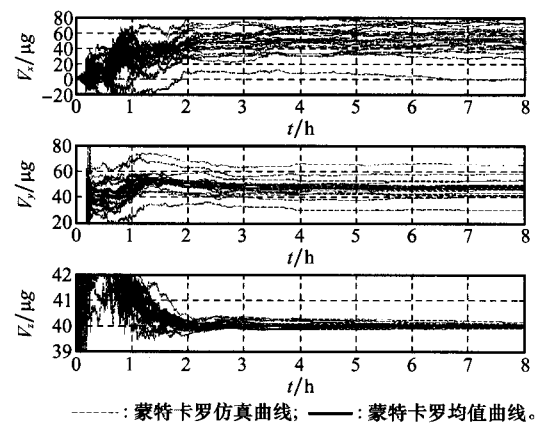


图7 加计偏置估计值

表1 位置估计误差和加速度计零偏估计值统计值

项目		第1h	第2h	第3h	第4h	第5h	第6h	第7h	第8h
$\delta x/m$	均值	-159.8	-44.7	35.0	48.1	41.3	22.7	52.5	75.2
	方差	162.6	143.8	119.2	90.0	160.4	128.4	117.4	154.3
$\delta y/m$	均值	-19.2	134.8	83.1	81.5	86.1	66.8	79.0	94.7
	方差	157.9	142.3	135.2	148.9	159.0	146.6	153.8	170.5
$V_x/\mu g$	均值	24.8	43.8	44.7	44.7	44.1	44.7	45.7	46.4
	方差	14.5	17.1	19.1	16.4	17.4	19.0	20.3	20.9
$V_y/\mu g$	均值	46.9	48.0	45.8	45.2	45.6	45.7	45.8	46.0
	方差	10.8	6.9	6.1	7.2	7.2	7.0	7.0	7.1

为比较文中提出的基于星跟踪器瞄准线测量矢量和计算矢量之差作为卡尔曼滤波量测与传统的基于 ψ 角量测的效果,图9中实线给出了 ψ 角法位置定位误差效果图。仿真中假设星跟踪器和惯导体系间安装误差角补偿不完全,存在 $[0.2', 0.2', 0.3']$ 的安装残余误差。

由图9实线可以看出, ψ 角法定位误差比图5中的误差大近一个数量级,发散趋势明显。这主要是因为 ψ 角法中安装误差角补偿不完全。在实际应用中由于实验室环境和实际机载环境不同,实验室标定的安装误差随着时间和环

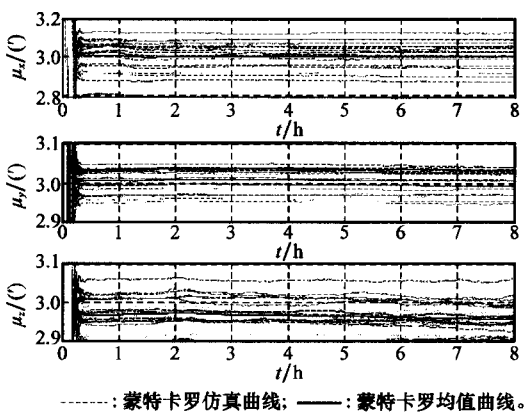


图8 星跟踪器安装偏差估计值

与安装误差角的估计对应,800 s后惯导平台失准角均迅速收敛,收敛后平台失准角误差小于 $0.2'$ 。此后姿态和速度误差受到舒拉调谐,以舒拉振荡周期振荡,滤波稳定后的振荡最大幅值不超过 0.5 m/s ,如图4中水平误差图所示。位置误差同速度误差对应,也呈舒拉振荡的形式,振幅小于 400 m ,如图5所示。由于星跟踪器可对陀螺漂移直接量测,故陀螺漂移可在安装偏差角估计稳定后迅速收敛,如图6所示。水平加速度计的零偏与平台水平失准角存在一定的相关性,随着卡尔曼滤波器的稳定此种相关性逐渐减弱,加速度计零偏估计效果也逐渐减弱,所以全程加速度计零偏估计精度不高,水平加速度计零偏估计效果如图7所示。组合系统的天向通过高度计阻尼,所以天向加速度计零偏可以得到较好的估计。在惯性/天文组合导航中,加速度计零偏的残余量直接影响组合系统的定位精度,故表1对图5和图7中的 x 和 y 向的定位误差及水平加速度计零偏估计值进行了统计分析,统计样本由20次蒙特卡罗仿真中每隔1 h仿真结果构成。

境的变化而变化,将安装误差列入滤波状态有利于提高组合导航的精度。在传统的基于 ψ 角的组合方案中将安装误差列入状态,存在安装误差角时,测量的 $\tilde{\psi}$ 角和真实 ψ 角的关系为

$$\tilde{\psi} = \psi + \tilde{C}^{\psi}_{\mu} \mu \tag{54}$$

式中, ψ 是由陀螺漂移引起的慢变过程; \tilde{C}^{ψ}_{μ} 随着载体姿态变化而变化,因此可以通过载体姿态变化估计出安装误差角 μ ,其定位误差如图9中虚线所示。与文中所提方法相比,将安装误差列入状态的 ψ 角组合法定位误差相对较大,

主要是因为小视场星体跟踪器每次只能跟踪测量一颗星, 而 ψ 角的获取至少同时需要测量两颗星, 这样在天文系统中只能通过流水线处理方法或卡尔曼滤波法提取 ψ 角, 这样作为惯性/天文滤波量测的 ψ 角间存在相关性, 不能完全满足卡尔曼滤波条件。此外惯性/天文滤波器还需要 ψ 角提供实时的量测方差, 这往往是不可实现的, 因此基于 ψ 角的惯性/天文组合滤波器是次优滤波, 这一点与惯性/卫星松组合滤波器的缺陷是类似的, 而文中所提基于星跟踪器瞄准线测量矢量和计算矢量之差的滤波量测方法恰可克服此两点缺陷。

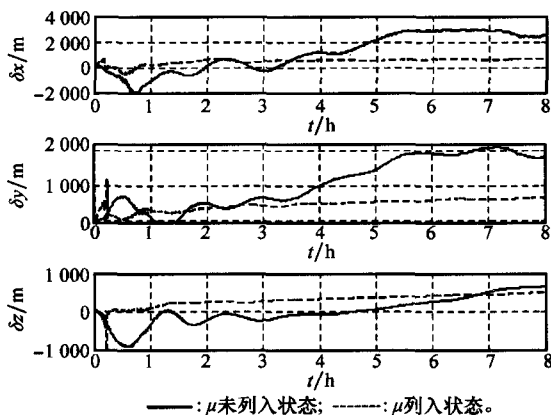


图 9 ψ 角法位置估计误差比较

5 结 论

随着纬度的升高地理经线逐渐收敛于地理极点, 任何以地理真北作为航向参考的导航系统都失去实际意义。以格网北向作为航向参考可避免无航向参考的难题, 在格网坐标系框架下的惯性导航力学编排可完成极区导航任务。极区天文导航的航向也应以格网北向作为航向参考, 格网惯性/天文组合导航方案可满足极区全自主、长航时、高精度导航的任务。该组合方案除适用于极区导航外也可在除赤道附近外的任何区域导航, 借助捷联 IMU 数据可复用的特性可方便地设计出利用传统捷联解算方案和极区解算方案组合的全球导航方案。

参考文献:

- [1] Department of the Air Force. *Air navigation (Air Force Pamphlet 11 - 216)* [M]. Washington: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2013.
- [2] Stills M. Flight operations and space weather[EB/OL]. [2012-05-27]. http://www.ofcm.gov/swef/2011/Presentations/3-1%20Stills%20SWEF_2011.ppt.
- [3] Cameron. Space weather and polar operations[EB/OL]. [2012-03-12]. <http://www.ametsoc.org/atmospolicy/ESSS/cameron%20final%20DCA-SpaceWeather7-18-072.pdf>.
- [4] Gao X X, Heng L, Walter T, et al. Breaking the ice: navigating in the arctic[C]// *Proc. of the 24th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*, 2011: 3767 - 3772.
- [5] Yahya M H, Kamarudin M N. Analysis of GPS visibility and satellite-receiver geometry over different latitudinal regions[C]// *Proc. of the International Symposium on Geoinformation*, Putra World Trade Centre, 2008: 1 - 8.
- [6] Greenaway K R, Gates M D. *Polar air navigation-a record* [M]. Canada: Art Bookbindery, 2009.
- [7] Boris V, Vasily F. New ideas for celestial navigation in the third millennium[J]. *The Journal of Navigation*, 2010, 63(3): 373 - 378.
- [8] Robin G S. Applications of complex analysis to celestial navigation[J]. *Journal of the Institute of Navigation*, 2009, 56(4): 221 - 227.
- [9] Zhang J L, Qin Y Y, Wu F. Precise SINS initial alignment algorithm based on star tracker[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2013, 21(1): 22 - 25. (张金亮, 秦永元, 吴枫. 捷联惯导基于星体跟踪器的高精度初始对准算法[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(1): 22 - 25.)
- [10] Chinese Society of Inertial Technology. *Report on advances in inertial technology* [M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2010. (中国惯性技术学会. 惯性技术学科发展报告[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2010.)
- [11] Esmat B. *Introduction to modern navigation systems* [M]. New Jersey: World Scientific, 2007.
- [12] Paul G S. *Strapdown analytics II* [M]. Minnesota: Strapdown Associates, 2007.
- [13] DMA technical manual 8358. 1. Datums ellipsoids grids and grid reference systems[S]. Washington: National Geospatial-Intelligence Agency, 2009.
- [14] Department of the Army. *U. S. Army guide to map reading and navigation* [M]. New York: Skyhorse Publishing, 2009.
- [15] Doug A, John A, Mitch M. The B-2 navigation system[C]// *Proc. of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference*, 1993: 345 - 354.
- [16] Levine S, Dennis R, Bachman K. Strapdown astro-inertial navigation the optical wide-angle lens startracker[J]. *Journal of the Institute of Navigation*, 1990, 37(4): 347 - 362.
- [17] Northrop G C. LN-120G stellar-inertial navigation system[EB/OL]. [2006-01-15]. <http://www.es.northropgrumman.com/solutions/ln120g-stellar-navigation/asserts/ln120g.pdf>.

作者简介:

周 琪(1984-), 男, 博士, 主要研究方向为惯性导航及其应用。

E-mail: zhouqis@139.com

秦永元(1946-), 男, 教授, 博士研究生导师, 主要研究方向为惯性导航、天文导航和容错组合导航系统、最优估计理论、数字信号处理及 GPS 信号处理研究。

E-mail: qinyongyuan@nwpu.edu.cn

严恭敏(1977-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为惯性导航与信息融合理论研究。

E-mail: yangongmin@126.com

岳亚洲(1972-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为惯性/天文/卫星/视觉/地形综合导航与信息融合理论研究。

E-mail: gnss618@163.com