

# 航空客运舱位控制和超售综合动态建模研究<sup>①</sup>

朱金福<sup>1</sup>, 刘 玮<sup>2</sup>, 姚 韵<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学民航学院, 江苏 南京 210016; 2. 民航华东管理局规划统计处, 上海 200335)

**摘要:** 研究航空公司舱位控制和超售的综合动态建模问题, 试图为航空公司实现订座实时控制提供方法和技术支持。首先根据几个假设条件将航班订座过程模拟成马尔可夫生灭过程, 建立了航班单一舱位订座的动态规划模型。然后将这一模型推广应用到多等级舱位订座控制中, 提出了并行控制和串行控制两种动态控制模型。最后通过实例分析详细讨论了模型的实际应用效果, 以验证建立的模型的正确性和计算方法的有效性。

**关键词:** 交通运输; 舱位控制; 超售; 动态模型

**中图分类号:** F560.3    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1000-5781(2007)05-0525-07

## Integrated dynamic modeling of airline seat inventory control and overbooking

ZHU Jin-fu<sup>1</sup>, LIU Wei<sup>2</sup>, YAO Yun<sup>1</sup>

(1. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;  
2. Planning and Statistics Division, CAAC East Regional Administration, Shanghai 200335, China)

**Abstract:** The integrated dynamic modeling of seat inventory control and overbooking for airline revenue management is studied in this paper. Firstly, flight seat reservation process is simulated as a Markov birth-and-death process based on a few assumptions given in this paper, so that an integrated dynamic programming model of seat reservation for single-class seat inventory flight is built up. Then, the model is extended to multi-class seat inventory control situation, and a sequential control model and a parallel control model are proposed. Finally, some instances are analyzed in detail to show the effectiveness of the decision models.

**Key words:** traffic transportation; seat inventory control; overbooking; dynamic model

## 0 引 言

文献[1~4]研究了航空客运舱位控制和定价的静态建模问题, 但静态模型不能考虑舱位开放模式和开放时间长短的影响, 不能根据实际已订座数动态确定当日最优订座限制数。解决这些问题需要采用动态控制方法。

超售建模问题的动态研究方法有离散时间和连续时间两种处理方式。Kosten<sup>[5]</sup>提出了一个连

续时间的随机模型, 因求解困难没有得到实际应用。Rothstein<sup>[6]</sup>提出了非齐次马尔可夫序贯决策过程, 第一次用动态规划方法解决航空公司超售问题。Hersh等<sup>[7]</sup>考虑超售和取消订座的概率, 提出了一个动态超售模型。Hersh等<sup>[8]</sup>把订座过程看作 M/M/1/C 排队系统。Alstrup等<sup>[9,10]</sup>利用动态规划方法对两等级超售问题进行了研究。Chatwin<sup>[11]</sup>建立了一个单一票价多阶段超售模型, Chatwin<sup>[12]</sup>提出了连续时间的单一票价超售

① 收稿日期: 2005-08-18; 修订日期: 2006-02-27.

模型, Subramanian 等<sup>[13]</sup>研究了一个包括订座取消和超售的多时段舱位控制模型, 把问题简化为一个单一票价的超售问题, 构造了一个离散时间的马尔科夫决策过程, 用动态规划来研究结合超售的座位分配问题. 最近, de Boer<sup>[14]</sup>假设旅客总是购买能接受的限制条件下的最低票价的座位, 研究了单一航段航班和网络的动态舱位控制问题.

尽管在超售动态模型方面已有许多研究成果, 但仍存在许多问题, 例如: 几乎还没有涉及到多等级舱位超售问题; 或假设订座取消率与时间无关; 或将舱位控制和超售控制分开考虑; 或建立的模型过于复杂, 计算量大, 难以满足实时决策的要求等等. 本文将首先建立单一舱位动态超售模型, 并讨论应用动态规划求解该模型的迭代过程. 然后推广应用到多等级舱位的动态控制问题. 最后详细讨论几个算例, 用以验证本文方法的正确性和有效性.

## 1 单一舱位控制和超售综合动态模型

本文研究的假设条件包括;

- 1) 旅客需求是无限的;
- 2) 旅客的订座请求是独立发生的, 且服从参数为  $\lambda$  负指数分布;
- 3) 任意时刻订座需求是一个非负随机变量, 并且不同时刻的需求相互独立;
- 4) 已订机票不在当天取消, 其它时间可以任意取消, 并且每个取消请求相互独立, 订座取消率 (和 no-show 率) 服从参数为  $\mu$  的负指数分布. 订座取消率近似为  $p = \mu/\lambda$ ;

5) No-show 和取消订座获得的退款与距离起飞时间有关;

6) 支付给 DB (拒载, denied boarding) 乘客的赔偿金额与其票价无关, 这与航空公司的实际情况相符.

建立模型需要如下的基本参数

$C$ ——航班座位容量, 即飞机可提供最大座位数.

$N$ ——最大允许订座数, 考虑到超售, 可以有  $N \geq C$ .

$t$ ——表示距离航班起飞的天数. 航班的订座

过程每天为一个阶段, 按照起飞前的天数可划分成若干阶段  $t = 0, 1, \dots, T$ .  $t = 0$  表示航班起飞当日,  $t = 1$  表示航班起飞前 1 天, 以此类推, 一般  $T$  的取值根据实际情况确定.

$f$ ——航空公司机票价格.

$N$ ——航班在第  $t$  d 开始时系统已有订座数.

$P_i(t)$ ——在第  $t$  d 有  $i$  个订座的概率. 设  $\lambda_t$  是第  $t$  天旅客的到达率, 那么

$$P_i(t) = \frac{\lambda_t^i}{i!} e^{-\lambda_t} \quad (1)$$

$P_{j|n}(t)$ ——第  $t$  天已被乘客预订的  $n$  个座位中有  $j$  个被取消的概率, 因此  $P_{j|n}(0)$  是飞机起飞当天  $n$  个订座中有  $j$  个 no-show 的概率. 显然任意一天取消的机票数量  $j \in [0, n]$ . 由于对每个旅客取消订座不加限制, 因此每个旅客取消订票的概率与他何时订票无关, 所以设每个已订票旅客取消订票的概率相同, 但可以是  $t$  的函数  $p(t)$ . 由于订了座的乘客只有两个选择, 登机或取消订座 (起飞当天为 no-show), 所以  $P_{j|n}(t)$  服从二项式分布

$$P_{j|n}(t) = C_n^j p^j (1-p)^{n-j} \quad (2)$$

$x_n(t)$ ——决策变量. 表示决策者在第  $t$  日已有  $n$  个座位被预订的情况下, 决定当日的最优订座数, 这样由一系列的  $x_n(t)$  组成决策者的超售策略  $X = \{x_n(t) \mid n = 1, 2, \dots; t = 0, 1, \dots, T\}$ .

$F$ ——每一位 DB 乘客获得的赔偿.

$Y_{n,x}(t)$ ——第  $t$  d 已有  $n$  个座位被预订的前提下, 订座决策为  $x$  时所获得的期望收入.

根据假设条件 2) 和假设 4), 订座过程是一个马尔可夫生灭过程. 每阶段的系统状态是到前一阶段最后为止 (即本阶段初) 的已订座位数. 在阶段  $t$ , 对于给定的  $i$  和  $j$ , 状态  $n$  转移到下一个阶段  $t-1$  的状态  $s = n - j + i$  的转移概率与决策变量  $x_n(t)$  有关. 该转移概率表示为

$$P(n \rightarrow n - j + i) = \begin{cases} P_i(t) P_{j|n}(t) & i < x \\ \left[ \sum_{i=x}^{\infty} P_i(t) \right] P_{j|n}(t) & i = x \\ 0 & i > x \end{cases} \quad (3)$$

从转移概率可以看出, 这一马尔可夫过程是非齐次的. 这一动态过程的阶段  $t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$ , 状态变量  $n \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$ , 决策变量  $x_n(t)$

$\in \{0, 1, 2, \dots, N\}$ . 采用动态规划方法可以将舱位控制和超售决策这一多维问题变为多个一维问题来求解, 因此简化了问题的求解. 由于动态规划求解过程是递推过程, 因此可以根据当前状态对超售问题进行实时决策.

在阶段  $t$ , 对于给定的  $n$ , 指标函数  $Y_{n,x}(t)$  定义为单一舱位超售问题的期望收益函数, 它的表达式为

$$Y_{n,x}(t) = \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t) \sum_{j=0}^n Y_{n-j+i}(t-1) P_{j|n}(t) + \sum_{i=x}^{\infty} P_i(t) \sum_{j=0}^n Y_{n-j+x}(t-1) P_{j|n}(t) \quad t \geq 1 \quad (4)$$

由下式

$$Y_n(t) = \max_x \{Y_{n,x}(t)\} \quad (5)$$

确定出阶段  $t$  在已有订座  $n$  的情况下的最优决策  $x_n^*(t)$  和最大期望收益.

式(4)可以写成

$$Y_{n,x}(t) = \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t) R_i(t) + \left(1 - \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t)\right) R_x(t) \quad (6)$$

其中: 当  $t = 0$  时, 即起飞当天(离港阶段),

$$R_i(0) = \sum_{j=0}^n P_{j|n}(0) [(n+i-j)f - F(n+i-j-C)^+] \quad (7)$$

$(\cdot)^+$  表示当括号中的值小于零时等于零. 当  $t > 0$  时

$$R_i(t) = \sum_{j=0}^n P_{j|n}(t) Y_{n+i-j}(t-1) \quad (8)$$

式(4)~(8)构成了单一舱位订座控制的动态规划数学模型. 本文采用顺序解法, 当  $t = 0$  时, 由式(7)、(6)和(5)确定出  $Y_n(0)$  和  $x_n^*(0)$ , 在  $t > 0$  的各阶段一直到  $T$ , 由式(8)、(6)和(5)递推求出最优决策和最优期望收益函数  $x_n^*(t)$  和  $Y_n(t)$ , 航班的最优期望收益是  $Y_0(T)$ .

可见, 由上述动态规划模型可以计算出起飞前一天, 在当前已销售出  $n$  张机票的情况下最优可接受的订票数量. 上述计算比较简单, 可将计算得到的决策规则存于舱位控制超售决策数据库中, 以不同的状态  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  为字段, 将计算得出的最优订座限制决策以每日一条记录的形

式保留在此数据库中, 方便销售人员根据当日的  $n$  查询对应的最佳  $x_n^*(t)$ , 从而做出舱位控制和超售决策.

## 2 多等级舱位控制和超售综合动态模型

本节将上节建立的单一舱位订座动态控制模型推广到多等级舱位订座的动态控制问题. 我国的航空运输市场的特点是: 对低等级舱位的机票, 除了退票和改签票方面的限制外, 无法执行其它限制, 因此即使是公务旅客, 如果提前购票也将尽可能地购买低等级舱位的机票. 根据这一特点, 多等级舱位动态控制可以有两种方式: 平行的和串行的.

所谓并行的动态控制是指各等级舱位同时开放, 每阶段根据本阶段初的各等级舱位的状态(已订座数)确定当前阶段的订座限制. 假设各等级舱位需求相互独立, 不存在需求转移, 则多等级舱位问题可看作多个单一舱位问题, 此时根据各等级舱位的需求预测和每阶段各等级舱位的到达率、取消率的预测结果, 将上节的单一舱位动态控制模型应用于每个等级舱位, 即可求出各等级舱位订座控制的最优策略. 具体做法是, 若每个舱位的需求  $D_j$  满足  $\sum D_j = C$ , 则以各等级舱位的  $D_j$  为容量, 用各等级舱位的  $f_j$ 、 $\lambda_j$  和  $p_j$  为参数建立多个单一等级舱位订座动态控制模型, 即可得到多等级舱位订座的并行动态控制策略. 当  $\sum D_j > C$  时, 舱位控制人员可根据实际情况决定某些较低等级舱位的需求不被满足, 以保证  $\sum D_j = C$  成立.

所谓串行的舱位动态控制是指首先开放最低等级的舱位, 然后从低到高依次开放其它等级舱位. 每次只开放一个等级舱位, 开放一个较高等级舱位必须同时关闭较低等级舱位, 即同时只有一个等级舱位开放. 这种控制方式是国内航空公司舱位控制的主要方式, 它不能直接应用上节的单一舱位动态控制模型, 所以下面将详细研究串行舱位动态控制建模问题.

本节仍然沿用上节的变量和假设, 同时假设预先确定了航班的舱位等级和各等级舱位的开放时间, 这时航班票价是  $t$  的阶梯函数, 如图1所示.

已知在第  $t$  d 开放的等级舱位的票价  $f^{(t)}$ 、退票款  $g^{(t)}$ 、到达率  $\lambda_t$  和订座取消率  $p_t$ , 则第  $t$  d 有  $i$  个订座的概率仍用式(1)表示, 在状态  $n$  的条件下有  $j$  个取消订座的概率仍可用式(2)表示.

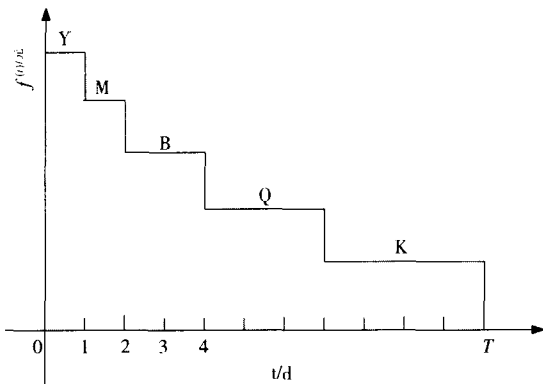


图1 机票票价与时间  $t$  的关系示意图

采用动态规划的顺序递推法, 阶段  $t$  的总收益为

$$Y_{n,i}(t) = if^{(t)} - jg^{(t)} + Y_{n+i-j}(t-1) \quad (9)$$

其中:  $Y_{n+i-j}(t-1)$  是阶段  $t-1$  之后的最大期望收益. 若第  $t$  d (阶段) 订座决策为  $x$ , 则阶段  $t$  的期望总收益为

$$Y_{n,x}(t) = \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t) \sum_{j=0}^n P_{j|n}(t) Y_{n,i}(t) + \sum_{i=x}^{\infty} P_i(t) \sum_{j=1}^n P_{j|n}(t) Y_{n,x}(t) \quad (10)$$

满足

$$Y_n(t) = \max_x \{Y_{n,x}(t)\} \quad (11)$$

的  $x$  值是最优决策  $x_n^*(t)$ . 航班的最大期望总收益是  $Y_0(T)$ .

式(10)可以写成

$$Y_{n,x}(t) = \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t) R_i(t) + \left(1 - \sum_{i=0}^{x-1} P_i(t)\right) R_x(t) \quad (12)$$

其中: 当  $t=0$  时,

$$R_i(0) = \sum_{j=0}^n P_{j|n}(0) [if^{(0)} - jg^{(0)} - F(n+i-j-C)^+] \quad (13)$$

当  $t>0$  时

$$R_i(t) = \sum_{j=0}^n P_{j|n}(t) Y_{n+i-j}(t-1) \quad (14)$$

式(11)~(14)给出了多等级舱位串行动态控制的随机模型, 应用动态规划顺序解法从  $t=0$

逐阶段递推到  $t=T$ , 即可给出最优订座策略.

在航班舱位未开放前, 根据订座和离港数据预测到达率和取消率等参数, 代入上述动态规划模型, 计算出各等级舱位在开放期间各日的最优订座数. 这种最优订座限制数是时间  $t$  和当前已订座数  $n$  的函数, 可将最优订座策略存储于舱位控制数据库中, 在第  $t$  d 舱位开放前根据当日开放舱位的等级和当前已订座数查询该数据库, 得到当日最优订座限制数  $x_n^*(t)$ , 即可实现多等级舱位订座的最优动态控制.

根据式(13)、(14)和(12), 容易证明, 对于给定的  $t$  和  $n$ ,  $Y_{n,x}(t)$  是关于  $x$  凹的, 即随着  $x$  从 0 开始增加,  $Y_{n,x}(t)$  先单调增加, 达到最大值之后单调减少. 在设计计算程序时可根据这一特性减少计算量.

### 3 实例分析

情形描述: 某航空公司南京—北京航线每天有 5 个航班, 2004 年 1 月到 5 月的数据表明: 其中航班 XX5821 的平均客座率为 84%, 因此该航班可以采用超售策略, 以提高航空公司收入. 本节以航班 XX5821 为例分别讨论单一舱位的订座控制策略, 多等级舱位订座串行控制策略和并行控制策略.

首先讨论单一舱位订座的动态控制策略.

该航班平均票价  $\bar{f}=750$  元, 平均 DB 成本  $\bar{F}=1300$  元, 航班容量  $C=148$  个座位, 舱位开放时间为起飞前 10 d, 即  $T=10$  d. 根据航空公司的订座和离港数据, 通过统计分析得到计算所需参数. 采用两种不同的到达率分布, 但总需求和订座取消率在两种到达率情况下近似相等. 应用本文建立的单一舱位动态控制模型进行求解, 得到的结果如表 1 所示, 其中“限制 1”和“限制 2”是分别对应于两种不同到达率的订座限制策略, “模拟到达”是根据 Poisson 分布进行仿真的请求订座数, “接受订座”是根据求解出的最优订座策略确定的, “实际订座”是根据“接受订座”和“取消订座”计算得到的累积订座数. “实际订座”的“期望收益”是实际总收益. 从表 1 的结果可以看出: 对于单一舱位问题, 在总需求相同的情况下, 到达率随时间的分布对最优控制策略几乎没有

影响。

本次模拟订座的结果最后产生了一个DB, 实际收益大于期望收益。大量计算实例分析表明: 对于148座级的飞机, 订座周期为10 d的订座决策

问题, 本文的单一舱位控制模型在个人计算机PIV1.6G, 256M内存上的计算时间在11.86 s到14.47 s之间。因此计算时间对于实时控制是可接受的。

表1 单一舱位控制最优决策和模拟订座的结果

$t(d)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	期望收益(元)
订座限制1(个)	154	156	153	142	129	116	102	91	79	68	20	103 671
订座限制2(个)	154	156	153	142	129	116	102	91	79	70	19	103 671
模拟到达(个)	7	13	19	20	18	21	19	17	9	6	16	
接受订座(个)	4	13	19	20	18	21	19	17	9	6	16	
取消订座(个)	-5	-3	-2	-1	0	0	0	0	0	0	0	
实际订座(个)	149	150	140	123	105	88	67	48	31	22	16	110 450

下面讨论实例的多等级舱位订座串行动态控制问题。

情形描述: 上述航班XX5821, 有四个等级舱位Y、M、Q、K, 票价分别是 $f^Y = 920$ 元,  $f^M = 760$ 元,  $f^Q = 570$ 元,  $f^K = 460$ 元, DB成本为 $F = 1\,500$ 元, 它们的开放顺序依次是K、Q、M和Y。假设退票费只与距离起飞的时间 $t$ 有关。根据订座数据、离港数据和财务数据得到了有关到达率, 取消率, 退票费等参数。

对于多等级舱位的动态控制问题, 本文研究三个问题: 1) 各等级舱位的开放模式对控制决策的影响; 2) 订座取消率对控制决策的影响; 3) 模拟串行订座过程, 以便观察多等级舱位动态控制策略的效果。

首先研究第一个问题。为此, 设计了12种舱位开放模式的方案, 并采用表2所示的取消率分布。

表2 第一个问题的订座取消率 $p$

$t(d)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$	0.035	0.020	0.020	0.015	0.015	0.015	0.010	0.010	0.010	0.010	0.000

计算结果表明: 不同的舱位开放模式对期望收益有较大影响, 一般来说舱位总到达数越大, 开放时间应当越长, 才能保证获得较大的期望总收益。

对于第二个问题: 假设了四种大小不同的取消率分布。计算结果如表3所示, 表3给出了四种

取消率对应的每日订座最优控制数, 最后一列是对应的最大期望总收益。结果表明订座取消率越高, 订座控制数越大, 但期望总收益越少。因此订座取消率对最优订座策略有较大影响。

对多等级舱位订座过程的一次实现进行仿真计算, 结果如表4所示。

表3 订座取消率对多等级舱位订座控制策略的影响

$t(d)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	期望收益(元)
P1(个)	153	151	151	125	125	125	67	67	67	67	20	77 197
P2(个)	154	152	152	125	125	126	69	69	69	70	20	76 931
P3(个)	155	154	155	129	129	130	73	73	73	74	20	76 156
P4(个)	156	156	157	132	132	135	76	76	77	77	20	75 398
舱位等级	Y	M	Q				K					

表4 多等级航空订座过程的仿真结果

$t(d)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	期望收益(元)
到达率(人/d)	6	16	14	20	19	17	20	20	15	10	10	
订座控制(个)	154	152	152	125	125	126	69	69	69	70	20	76 931
模拟到达(个)	2	14	11	14	24	19	27	16	18	8	13	
接受订座(个)	2	14	11	14	24	19	14	16	18	8	13	
取消订座(个)	-3	-2	-1	-2	-1	-1	0	0	0	0	0	
实际订座(个)	143	144	132	122	110	87	69	55	39	21	13	75 510
舱位等级	Y	M	Q				K					

从表4可以看出,飞机起飞时还有5个空座,而在开舱后第5 d拒绝了13张K舱的订座请求.那么能否在第5 d接受全部订座呢?不能!因为第5 d多接受13个K舱的订座,将造成第8 d少接受10个Q舱的订座,或第10 d少接受5个M舱的订座和3个DB,或起飞前的8个DB,分别导致500元、3 100元和6 800元的损失,因此按最优决策控制将有效减少收益损失.(比较表4中第3、4、5行的数字,第4行从右到左逐日累计是模拟到达的旅客总数,第5行从右到左逐日累计是实际订座总数,该总数受第3行的控制,若第4行的累计数超过第三行的控制数,即拒绝接受订票,形成第5行的实际订座,比较第4、5两行的数字可得出实际拒绝订座数.如果第5 d(从右数

起)不受第3行控制的话,那么到第8 d将超过第3行控制数10个(考虑取消订票后),或继续接受订座,到第10 d将超过飞机可提供座位数,即使考虑取消订票,还将在飞机起飞前有3位旅客无座.

最后讨论实例的多等级舱位并行动态控制问题.舱位并行动态控制优化计算的结果如表5所示.从表5可看出以下几点:1)各舱位总控制数与串行控制数(见表4)比较接近;2)期望总收益比串行控制稍少;3)较低舱位K和Q在起飞前3 d应当关闭;4)尽管Y舱在开舱后的第1到第8 d的订座限制数为0,但并不等于不能将座位较早地卖给Y舱的旅客,而是表明Y舱的旅客不会过早地出现.

表5 舱位并行控制优化结果

$t(d)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	期望收益(元)
Y舱舱位(个)	9	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	3 934.5
M舱舱位(个)	29	30	30	29	27	25	23	22	20	0	0	18 009.7
Q舱舱位(个)	53	54	54	54	52	47	42	38	34	30	10	26 641.9
K舱舱位(个)	65	65	65	65	64	58	47	40	33	27	11	24 597.9
总限制数(个)	156	156	155	148	143	130	112	100	87	57	21	73 184.0

计算实践表明:对于本节实例规模的问题,采用本文提出的串行动态控制模型,在个人计算机PIV1.6G, 256M内存上的计算时间在15.63~19.11 s之间,若采用并行控制算法,则计算时间更短.本文还考察了优化250座级的飞机舱位控制策略问题,同样提前10 d开放舱位,采用串行控制模型,则计算时间是58.95 s.可见本文提出的各种控制模型和算法都满足航空公司实际操作的需要.

## 4 结 论

利用动态规划的方法确定舱位控制和超售的数量,使得舱位控制和超售工作可以和机票销售工作有机结合起来,有利于订座的实时控制,实现航班收益最大化.实例分析结果表明本文建立的模型和算法是有效的.

本文建立的模型适用于单航段的舱位控制和超售的联合决策问题.对于多航段多等级舱位订座过程的动态控制问题需进一步研究.

## 参考文献:

- [1] 高 强, 朱金福, 陈可嘉. 航空收益管理中多航段舱位控制方法研究[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(4): 82—85.
- [2] 高 强, 朱金福. 航空收益管理中非限化估计方法研究[J]. 预测, 2005, 24(5): 66—69.
- [3] 张 立, 李德友. 收益管理中的网络优化研究[J]. 航空计算技术, 2004, 34(3): 13—15.
- [4] 李晓花, 萧伯春. 航空公司收入管理价格与舱位控制的统一分析[J]. 管理科学学报, 2004, 7(6): 64—69.
- [5] Kosten L. An mathematics model on reservation problems[J]. Statistica Neerlandica, 1960, 14(1): 85—94.
- [6] Rothstein M. Stochastic Models for Airline Booking Policies[D]. New York: New York University, 1968.
- [7] Hersh, M, Ladany S P. Optimal seat allocation for flights with intermediate stops[J]. Computer & Operational Research, 1978, 5(1): 31—37.

- [8] Hersh M, Brosh I. The optimal strategy structure of an intermittently operated service channel[J]. *European Journal of Operational Research*, 1980, 5(1): 133—141.
- [9] Alstrup J, Boas S, Madsen O B G, *et al.* Booking policy for flights with two types of passengers[J]. *European Journal of Operational Research*, 1986, 27(3): 274—288.
- [10] Alstrup J, Andersson S E, Boas S, *et al.* Booking control increases profit[J]. *Scandinavian Airlines Interfaces*, 1989, 9(4): 10—19.
- [11] Chatwin R E. Optimal Airline Overbooking[D]. Stanford, CA: Stanford University, 1992.
- [12] Chatwin R E. Continuous-time airline overbooking with time dependent fares and refunds[J]. *Transportation Science*, 1998, 33(2): 182—191.
- [13] Subramanian J, Lautenbacher C J, Stidham S J. Airline yield management with overbooking cancellations and no shows[J]. *Transportation Science*, 1999, 33(2): 147—167.
- [14] de Boer S V. *Advances in Airline Revenue Management and Pricing*[D]. Cambridge, MA: MIT, 2003.

### 作者简介:

朱金福(1955—), 男, 江苏金坛人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 航空运输系统优化, [zhujf@nuaa.edu.cn](mailto:zhujf@nuaa.edu.cn);  
 刘 玮(1980—), 女, 上海人, 硕士, 研究方向: 市场统计和收益管理;  
 姚 韵(1977—), 男, 广西南宁人, 博士生, 研究方向: 航空运输系统优化.

~~~~~  
 (上接第 510 页)

- [5] Klein P. Pricing Black-Scholes options with correlated credit risk[J]. *Journal of Banking and Finance*, 1996, 20(7): 1121—1129.
- [6] Klein P, Inglis M. Valuation of European options subject to financial distress and interest rate risk[J]. *Journal of Derivatives*, 1999, 6(3): 44—56.
- [7] 王保合, 李时银. 一类重随机 Poisson 过程在信用风险定价模型中的应用[J]. *数学研究*, 2003, 36(2): 195—201.
- [8] 王保合, 李时银. 允许提前违约的信用衍生品定价模型[J]. *数学的实践与认识*, 2003, 33(9): 38—44.
- [9] 付长青, 张世斌. 具有违约风险的美式买权的定价问题[J]. *复旦学报(自然科学版)*, 2002, 41(5): 535—541.
- [10] 张世斌, 付长青. 具有违约风险的市场结构及具有违约风险的违约零补偿的美式权益的定价[J]. *应用概率统计*, 2003, 19(4): 371—382.
- [11] Merton R C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates[J]. *Journal of Finance*, 1974, 2(3): 449—470.
- [12] Heath D, Jarrow R, Morton A. Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation[J]. *Econometrica*, 1992, 60(1): 77—105.
- [13] Magrabe W. The value of an option to exchange one asset for another[J]. *Journal of Finance*, 1978, 33(1): 177—186.
- [14] Ammann M. *Credit Risk Valuation, Methods, Models, and Applications*[M]. Second Edition, Berlin, Springer, 2001. 80—141.

### 作者简介:

吴恒煜(1970—), 男, 广东雷州人, 博士, 教授, 研究方向: 金融工程、金融经济学, [wuhengyu@163.com](mailto:wuhengyu@163.com);  
 吕江林(1955—), 男, 江西九江人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 货币金融理论与国际金融;  
 闵晓平(1974—), 男, 江西南昌人, 博士讲师, 研究方向: 利率期限结构、固定收益证券、金融工程.