

飞机结构中凹陷应力集中系数初步确定

汤庆辉, 柯曾言

(中航工业洪都, 江西 南昌 330024)

摘要: 在飞机生产和使用过程中, 由于某些原因, 结构可能出现凹陷损伤, 为了保障飞机的飞行安全, 有必要对凹陷进行疲劳分析, 从而确定凹陷是否满足疲劳要求。本文主要对凹陷疲劳分析时所用的应力集中系数进行了初步的确定。

关键词: 凹陷; 疲劳分析; 应力集中系数

Preliminary Determination of Stress Concentration Factor for Fatigue Analysis of Dents in Aircraft Structure

Tang Qinghui, Ke Zengyan

(AVIC Hongdu Aviation Industry Group, Nanchang, Jiangxi, 330024)

Abstract: In the process of aircraft manufacture and service, dent defect may exist in aircraft structure for some reasons. To guarantee the flight safety, it is indispensable to make fatigue analysis for dents, thus determine whether dents satisfy fatigue requirements of aircraft. This paper makes the preliminary determination of stress concentration factor for fatigue analysis of dents.

Key words: dents; fatigue analysis; stress concentration factor

0 引言

在飞机的生产和使用过程中, 结构可能会因为人为和非人为因素出现某些缺陷。这些缺陷主要包括凹陷、划痕、腐蚀和雷击烧伤及多余孔等等。对于这些缺陷, 如果没有进行有效的修理和监控, 对飞机的飞行会带来较大的安全隐患。纵观国外, 这些缺陷的疲劳和裂纹扩展分析都得到了较好的论证。而在国内, 仅仅对其静强度进行了分析, 而疲劳和裂纹扩展分析还没有过多的涉及。所以很有必要对这些缺陷进行疲劳和裂纹扩展分析。本文详尽

介绍了凹陷的应力集中系数的初步确定, 为凹陷的疲劳分析提供必要的条件, 进而确定凹陷是否满足疲劳寿命要求。

1 凹陷的形式和种类

凹陷是由于重物坠落或与其他物体碰撞产生的, 一般可假定其为球冠, 用直径和深度来表示凹陷的形式, 如图1所示, W 为凹陷外形大小, D 为凹陷深度, t 为板的厚度。根据凹陷发生的部位可以定义凹陷的种类。

1) 如果凹陷发生在外部蒙皮上, 并且蒙皮内部

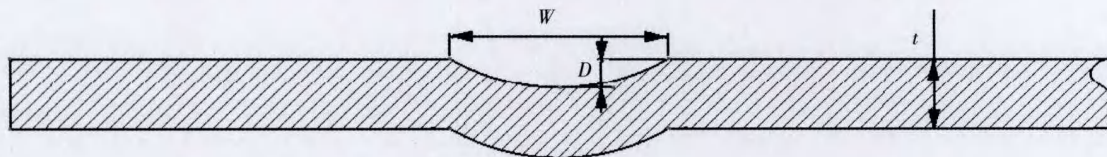


图1 凹陷的结构形式

没有与任何结构相连,可以称此种凹陷为柔性凹陷。

2) 如果凹陷发生在外部蒙皮上,并且蒙皮内部与长桁相连(并且认为凹陷不允许发生在与梁或框连接处),可以称此种凹陷为硬性凹陷。

2 凹陷的应力集中系数的初步确定

凹陷的疲劳分析可以采用名义应力法,名义应力法是根据危险部位的名义应力(最大主应力)和应力集中系数 K_t ,对照 K_t 下材料的S-N曲线,应用线性累积损伤理论,估算出危险部位的裂纹形成寿命。名义应力法流程中主要的步骤是应力集中系数的确定,本文利用有限元方法对凹陷的应力集中系数进行初步确定。

2.1 凹陷应力集中系数计算的有限元模型建立

设定一块长300 mm,宽200 mm的板中央有一凹陷。分别对某个参数进行变化,而另外两个参数不变

化来分析凹陷的应力集中系数,共有三组情况,对应于板的厚度、凹陷深度和宽度变化。在模型中一边施加固支约束,另一边均匀施加2000 N的受拉载荷,用于模拟最大主应力。有限元模型见图2。

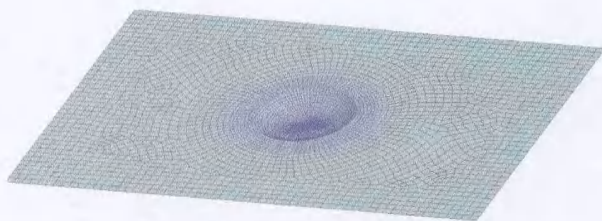


图2 应力集中系数分析的有限元模型图

2.2 应力集中系数计算结果

各组有限元应力结果及根据结果计算出的应力集中系数见表1,各参数与应力集中系数的关系见图3至图5。

表1 各组情况凹陷的应力集中系数结果

序号	宽度W/mm	深度D/mm	板厚t/mm	D/t	板宽/mm	截面积/mm ²	名义应力/MPa	局部应力/MPa	K_t
第一组,凹陷宽度、深度不变、板厚变化									
1	90	10	2.5	4.0	200	500	4.0	15.3	3.825
2	90	10	2.75	3.64	200	550	3.64	13.8	3.795
3	90	10	3.0	3.33	200	600	3.33	12.6	3.78
4	90	10	3.25	3.08	200	650	3.08	11.5	3.738
5	90	10	3.5	2.86	200	700	2.86	10.6	3.71
6	90	10	3.75	2.67	200	750	2.67	9.85	3.694
7	90	10	4.0	2.5	200	800	2.5	9.16	3.664
8	90	10	4.25	2.35	200	850	2.35	8.54	3.63
9	90	10	4.5	2.22	200	900	2.22	7.98	3.591
10	90	10	4.75	2.11	200	950	2.11	7.49	3.558
11	90	10	5.0	2.0	200	1000	2.0	7.04	3.52
第二组,凹陷宽度、板厚不变、凹陷深度变化									
1	90	10	4.0	2.5	200	800	2.5	9.16	3.664
2	90	11	4.0	2.75	200	800	2.5	9.26	3.704
3	90	12	4.0	3.0	200	800	2.5	9.34	3.736
4	90	13	4.0	3.25	200	800	2.5	9.4	3.76
5	90	14	4.0	3.5	200	800	2.5	9.44	3.776
6	90	15	4.0	3.75	200	800	2.5	9.46	3.784
7	90	16	4.0	4	200	800	2.5	9.48	3.792

续表1

序号	宽度W/mm	深度D/mm	板厚t/mm	D/t	板宽/mm	截面积/mm ²	名义应力/MPa	局部应力/MPa	K _t
第三组,凹陷深度、板厚不变,凹陷宽度变化									
1	40	10	3.5	2.86	200	700	2.86	8.73	3.056
2	45	10	3.5	2.86	200	700	2.86	8.91	3.119
3	50	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.06	3.171
4	55	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.33	3.266
5	60	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.47	3.315
6	65	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.63	3.371
7	70	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.8	3.43
8	75	10	3.5	2.86	200	700	2.86	9.99	3.497
9	80	10	3.5	2.86	200	700	2.86	10.2	3.57
10	85	10	3.5	2.86	200	700	2.86	10.4	3.64
11	90	10	3.5	2.86	200	700	2.86	10.6	3.71

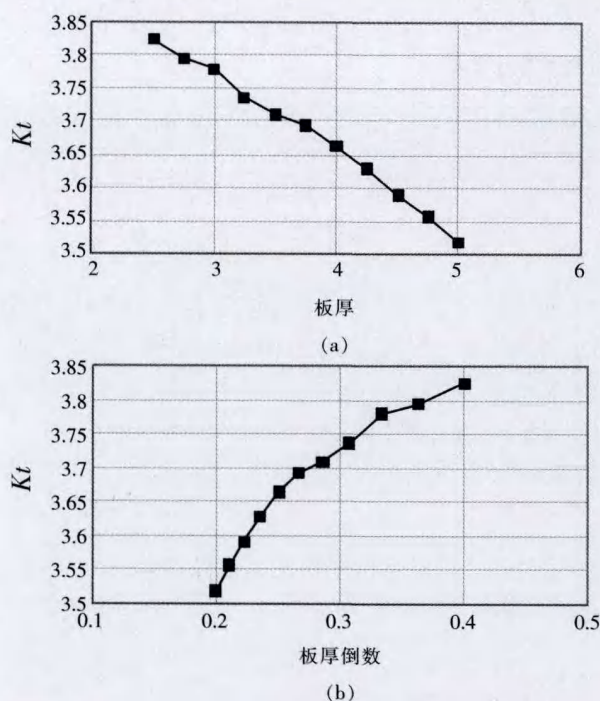


图3 应力集中系数随板厚t的变化情况

2.3 应力集中系数结果分析

依据表1中数据和图3至图5,可以看出凹陷的应力集中系数随板厚的增大而减小、随凹陷深度的增大而增大、随凹陷宽度的增大而增大。

2.3.1 拟合曲线的确定

依据图3至图5,根据经验及工程判断可以获得K_t与各参数之间的趋势如下:

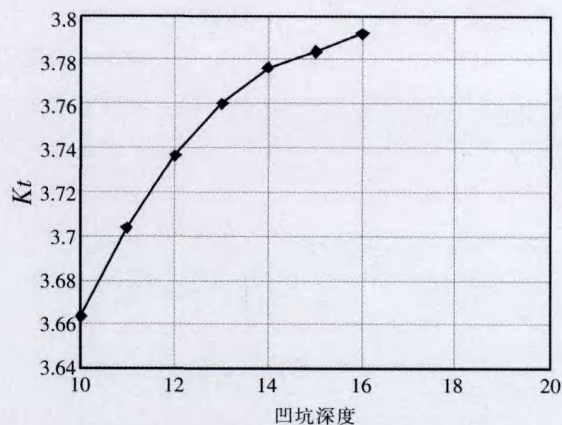


图4 应力集中系数随凹陷深度D的变化情况

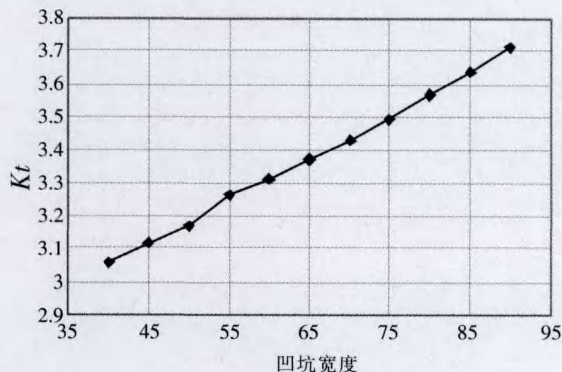


图5 应力集中系数随凹陷宽度W的变化情况

- 1) 根据图3(b)能够得出K_t与板厚的倒数(1/t)有对数关系;
- 2) 根据图4能够得出K_t与凹陷深度(D)有对数关系;

3) 根据图5能够得出 K_t 与凹陷宽度(W)有线性关系。

按以上 K_t 与凹陷参数的趋势关系,可以初步确定出应力集中系数与凹陷参数之间的表达式:

$K_t = a_0 + a_1 \cdot W + a_2 \cdot \log_{10}^{D/t}$, 公式中 a_0 、 a_1 、 a_2 为常量。

2.3.2 最小二乘法确定 a_0 、 a_1 、 a_2 常量

对于应力集中系数与凹陷参数之间的公式,设定 W 为 x , $\log_{10}^{D/t}$ 为 y , K_t 为 $f(x, y)$ 。则 K_t 用公式表示为: $f(x, y) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y$, 公式是二元多项式,可以利用曲线拟合的二元最小二乘法确定系数 a_0 、 a_1 、 a_2 。对于二元最小二乘法就是根据离散点集 $\{(x_i, y_i, z_i), i=1, m\}$ 与要拟合出的函数 $f(x_i, y_i)$ 的误差平方和 $I(a_0, a_1, a_2)$ 最小而确定拟合函数 $f(x, y)$ 。

误差平方和:

$$I(a_0, a_1, a_2) = \sum_i^m (a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i - z_i)^2$$

要求 $I(a_0, a_1, a_2)$ 最小,则应满足: $\frac{\partial I}{\partial a_0} = 0$, $\frac{\partial I}{\partial a_1} = 0$,

$$\frac{\partial I}{\partial a_2} = 0$$

$$\text{简化后得到:} \begin{cases} \sum_1^m (a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i - z_i) = 0 \\ \sum_1^m x_i (a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i - z_i) = 0 \\ \sum_1^m y_i (a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i - z_i) = 0 \end{cases}$$

化成矩阵:

$$(a_0, a_1, a_2) \cdot \begin{pmatrix} m & \sum_1^m x_i & \sum_1^m y_i \\ \sum_1^m x_i & \sum_1^m x_i^2 & \sum_1^m x_i y_i \\ \sum_1^m y_i & \sum_1^m x_i y_i & \sum_1^m y_i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_1^m z_i \\ \sum_1^m x_i z_i \\ \sum_1^m y_i z_i \end{pmatrix}$$

$$(a_0, a_1, a_2) = \begin{pmatrix} \sum_1^m z_i \\ \sum_1^m x_i z_i \\ \sum_1^m y_i z_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & \sum_1^m x_i & \sum_1^m y_i \\ \sum_1^m x_i & \sum_1^m x_i^2 & \sum_1^m x_i y_i \\ \sum_1^m y_i & \sum_1^m x_i y_i & \sum_1^m y_i^2 \end{pmatrix}^{-1}$$

利用表1中的数据 and 以上公式可计算出 $(a_0, a_1, a_2) = (2.12403, 0.01295, 0.90101)$, 因此凹陷的应力集中系数可表达为:

$$K_t = 2.12403 + 0.01295 \cdot W + 0.90101 \cdot \log_{10}^{D/t}$$

2.3.3 拟合公式的检验与误差分析

K_t 的回归平方和残差平方和分别定义如下:

$$\text{残差平方和 } U = \sum_{i=1}^m (K_t - \hat{K}_t)^2$$

离差平方和:

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^m (K_t - \bar{K}_t)^2 = \sum_{i=1}^m \left(K_t - \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m K_t \right] \right)^2$$

离差平方和 S_{yy} 为残差平方和 U 和回归平方和 V 之和: $S_{yy} = U + V$

这时 V 的计算公式为 $V = S_{yy} - U$

根据线性回归理论知 V 愈大(或 U 愈小)则表示 K_t 与这些自变量的线性关系愈密切,回归的规律愈强,回归出的结果可信度愈高。

为了表征这一特点,定义复相关系数 R 为

$$R = \sqrt{\frac{V}{S_{yy}}} = \sqrt{\frac{S_{yy} - U}{S_{yy}}} = \sqrt{1 - \frac{U}{S_{yy}}}$$

显然, R 越接近于1,表明 y 与 x_1, x_2, \dots, x_n 的线性关系越密切,也就是说回归出的回归方程的系数矩阵有较好的精度。

本文经计算得出 $U=0.00756$, $S_{yy}=1.33741$, $V=S_{yy}-U=1.32985$

$$R = \sqrt{1 - \frac{0.00756}{1.33741}} = 0.9972$$

R 的值较接近于1,系数矩阵 (a_0, a_1, a_2) 精度较好。

除了用 R 进行线性检验外,还要利用 F 值对整个回归方程进行显著性检验。 F 值如下定义:

$$F = \frac{V/k}{U/(n-k-1)}$$

式中给出的 F 也服从自由度为 $k, n-k-1$ 的 F 分布,如令 $\alpha=0.05$,将由计算出的 F 值与相应的临界值作比较,如 F 大于临界值,则表明所建立方程是良好的。本文的自由度为2,共有29组数据,

$$F = \frac{V/k}{U/(n-k-1)} = \frac{1.32985 \times (29-2-1)}{0.00756 \times 2} = 2286.78$$

$F_{0.05}(2,26)=3.37$, 由于 $F \gg F_{0.05}(2,26)$, 故认为线性回归得出的凹陷的应力集中系数方程式是显著的。

3 结 论

本文根据有限元分析方法初步确定的凹陷应力集中系数公式, 在经过 R 和 F 检验后, 公式的精度较好, 同时, 对于凹陷来说, 有限元分析难于考虑一些

工艺参数和其他因素的影响, 在经过试验验证对本文的公式进行修正后, 可用于实际工程的应用, 从而为凹陷的疲劳寿命分析提供必要的依据。

参考文献

- [1] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析 第5版. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [2] 数理统计编写组编. 数理统计. 西安: 西北工业大学出版社, 1999.

(收稿日期: 2013-02-22)

>>> 作者简介

汤庆辉, 男, 1970年9月出生, 1992年毕业于浙江大学, 硕士, 高级工程师, 现从事飞机结构强度设计工作。

柯曾言, 男, 1978年2月出生, 2001年毕业于辽宁工程技术大学, 高级工程师, 现从事飞机结构强度设计工作。